

Das umgedrehte Wasserglas:

Erweiterungen und Hintergrundwissen für Lehrkräfte und Studierende

Rolf Pelster, Fabian Schön, Thomas Klein

Universität des Saarlandes, FR Physik, Campus E2 6, 66123 Saarbrücken
rolf.pelster@mx.uni-saarland.de, f.schoen@mpg-saarlouis.de, t.klein@mpg-saarlouis.de

(Eingegangen: 26.03.2019; Angenommen: 17.09.2019)

Kurzfassung

Wir beschreiben die fachwissenschaftlichen Hintergründe eines bekannten und häufig falsch interpretierten Demonstrationsexperimentes: Ein mit Wasser gefülltes Glas wird lose abgedeckt und umgedreht, ohne dass das Wasser nach dem Loslassen der Abdeckung ausläuft. Wir gehen insbesondere auf die Rolle der Kohäsions- und Adhäsionskräfte und den sich daraus ergebenden Laplace-Druck ein. Dieser bewirkt eine Druckabsenkung in der Flüssigkeit und bestimmt die Tragkraft der Abdeckung. Zudem diskutieren wir den Fall des nur zum Teil gefüllten Glases.

Abstract

We describe the scientific background of a well-known and often misinterpreted experiment: a glass of water is covered with a sheet, turned upside down and the sheet is released. The sheet does not fall down and no water pours out. We focus in particular on cohesive and adhesive forces and the resulting Laplace pressure. The latter reduces the pressure in the liquid and determines the load-bearing capacity of the sheet. We also discuss the case of a partially filled glass.

1. Einleitung

Die Wirkung des Luftdrucks wird in Schule und Hochschule häufig mit einem Handexperiment demonstriert, bei dem man ein Glas mit Wasser füllt, mit einer dünnen Kopierfolie oder Postkarte abdeckt und dann umdreht, wobei man die Abdeckung zunächst noch festhält (siehe Abb. 1a). Lässt man sie los, so fällt sie nicht herunter, und das Wasser läuft auch nicht aus. Weit verbreitet ist die Vorstellung, oberhalb der Abdeckung herrsche nur ein sehr kleiner Druck $\rho \cdot g \cdot H \ll p_{Luft}$, so dass die Abdeckung stark an den Glasrand gepresst wird (siehe z. B. die in [1] zitierte Literatur). Diese vermeintliche Erklärung beruht auf der irrigen Annahme, der Druck am unteren Ende einer Flüssigkeitssäule werde allein durch den Schweredruck der Säule, also ihre Gewichtskraft pro Fläche, bestimmt. Dass dem nicht so ist, macht man sich leicht anhand der in Abb. 1b gezeigten Situation klar, bei der ein in ein Wasserbecken eingetauchtes Glas mit dem Boden nach oben in die Höhe gezogen wird, so dass eine über die Wasseroberfläche herausragende Flüssigkeitssäule entsteht:

Der äußere Luftdruck bestimmt den Druck in der Flüssigkeit auf der Höhe der ebenen Grenzfläche zur Luft. Auf diesem Referenzniveau herrscht überall der Druck p_{Luft} , also auch am unteren Ende der herausgezogenen Säule (siehe Abb. 1b). Aufgrund des Schweredrucks der Flüssigkeit nimmt der Druck in ihrem Inneren überall linear von oben

nach unten zu – sowohl unterhalb des Wasserspiegels als auch in der darüber liegenden Säule.

Eine allgemeine, nicht für den Schulunterricht gedachte Formulierung hierfür ist

$$p(y) = p_{Luft} - \rho \cdot g \cdot (y - y_{OF}), \quad \{1\}$$

wobei y die Höhenkoordinate und y_{OF} die Lage des Flüssigkeitsspiegels bezeichnet. In [1] haben wir eine Versuchsreihe vorgestellt, mit der sich die Druckverhältnisse mittels einer Messsonde bereits in der Klassenstufe 8 erarbeiten lassen. Der Schweredruck einer Wassersäule der Höhe H ist die Druckdifferenz $p_{unten} - p_{oben} = \rho \cdot g \cdot H$; er darf nicht mit dem Druck am unteren Ende der Wassersäule gleichgesetzt werden.

Der Übergang von der aus einem Becken gezogenen Wassersäule (Abb. 1b) zum abgedeckten und umgedrehten Wasserglas (Abb. 1a rechts) lässt sich auch experimentell gestalten [1]: Dazu bringt man eine dünne flexible Kopierfolie unter den gerade noch in das Wasserbecken eingetauchten Glasrand (siehe Abb. 1c). Unter- und oberhalb der Folie herrscht in etwa der gleiche Druck (ca. p_{Luft}). Entfernt man nun das Wasser aus dem Becken (oder hebt das Glas an) und lässt anschließend die Folie los, hat sich an der Situation kaum etwas geändert: Das Wasser bleibt im Glas. Allerdings verhindern Adhäsionskräfte, dass die Folie unter dem Einfluss ihrer eigenen Gewichtskraft nach unten fällt.

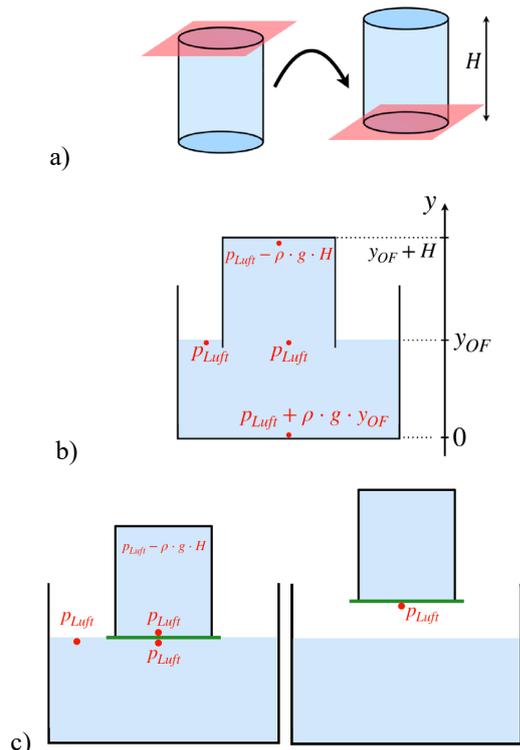


Abb. 1: a) Ein mit einer dünnen Kopierfolie oder Postkarte abgedecktes Glas Wasser wird umgedreht, ohne dass das Wasser nach dem Loslassen der Abdeckung ausläuft. b) Aus einem mit Flüssigkeit gefüllten Becken herausgezogenes umgedrehtes Glas. c) Experimenteller Übergang von der herausgezogenen Wassersäule zum umgedrehten Wasserglas (siehe Text).

Es liegt auf der Hand, dass eine für die Klassenstufe 8 gedachte Argumentation wie in [1] Vereinfachungen enthält, und einige physikalische Aspekte vernachlässigt bzw. nur andeutungsweise behandelt werden können. Offen bleibt u. a. die Frage, ob und wie sich die obengenannte Adhäsion auf den Druck in der Flüssigkeit auswirkt. Vergleicht man das Experiment des umgedrehten Wasserglases (Abb. 1a) mit dem aus dem Becken herausgezogenen Glas (Abb. 1b und c), so wird bei beiden der gleiche Endzustand erreicht, der sich daher auch auf die gleichen physikalischen Ursachen zurückführen lassen muss. Allerdings unterscheiden sich die beiden Experimente bezüglich ihrer Ausgangssituation. Betrachtet man das Umdrehen des gefüllten Wasserglases genauer, so ergibt sich bei dieser Versuchsvariante eine zusätzliche Verständnisschwierigkeit¹ (siehe Abb. 2): Vor dem Abdecken

und Umdrehen herrscht am unteren Ende der Wassersäule der Druck $p_{Luft} + \rho \cdot g \cdot H$. Nach dem Umdrehen muss hingegen am unteren Ende ein Druck $p_i \leq p_{Luft}$ herrschen, damit die Abdeckung nicht abfällt. Wie kommt es zu dieser Druckabsenkung?

Wir werden im Folgenden zeigen, dass sich all dies konsistent auf die experimentell wie theoretisch gut fundierte Physik der Fluide zurückführen lässt, genauer gesagt auf zwei Grundlagen: Zum einen darauf, dass der Druck in einer der Schwerkraft ausgesetzten Flüssigkeit mit zunehmender Höhe abnimmt; zum anderen darauf, dass der Druck in einer Flüssigkeit an der Grenzfläche zur Luft von der Krümmung dieser Grenzfläche abhängt. Diese wiederum wird von Kohäsions- und Adhäsionskräften bestimmt. Letzteres wird in der fachwissenschaftlichen Literatur ausführlich diskutiert und ist bei vielen physikalischen Phänomenen bzw. technischen Anwendungen von Bedeutung (u. a. bei der Bildung von Flüssigkeitstropfen an Austrittsdüsen, bei der Kondensation von Flüssigkeiten aus der Gasphase, bei der Bildung von Gasblasen in Flüssigkeiten oder auch beim Kapillarsteigen, siehe z. B. [2, 3]). Die Grundlagen werden aber nicht in allen Lehrbüchern behandelt (eine Ausnahme sind jedoch z. B. [4, 5]) und sie werden unseres Wissens auch nicht am konkreten Beispiel des umgedrehten Wasserglases diskutiert. Aus diesem Grund wollen wir hier nun die fachlichen Hintergründe der in Abb. 1 gezeigten Experimente für Lehrkräfte und Studierende der Physik vertiefen, um insbesondere offene Fragen zu beantworten und Unsicherheiten auszuräumen. Darüber hinaus gehen wir auch auf Versuchsvarianten mit eingeschlossener Luft ein.

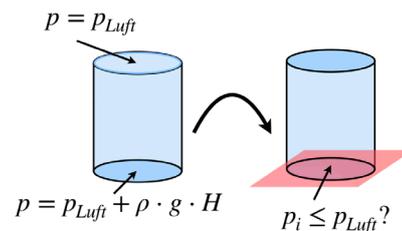


Abb. 2: Wie kann es sein, dass der Druck im umgedrehten Wasserglas kleiner oder gleich dem Luftdruck ist, wenn vorher in der gesamten Flüssigkeit $p \geq p_{Luft} \approx 1 \text{ bar}$ gilt, am Boden der Wassersäule sogar ein Druck $p_{Luft} + \rho \cdot g \cdot H$ herrscht?

2. Druckanpassung durch kapillare Adhäsion

2.1. Druckverhältnisse bei gekrümmten Flüssigkeitsoberflächen: Kohäsions- und Adhäsionskräfte

An ebenen Grenzflächen, so wie sie auf der Höhe des Flüssigkeitsspiegels eines Beckens auftreten (vgl. Abb. 1b), ist der Flüssigkeitsdruck gleich dem

¹ Um diese zu vermeiden, haben wir in [1] für eine Behandlung in der Klassenstufe 8 die in Abb. 1b und 1c gezeigte Variante vorgeschlagen, die zudem Druckmessungen erlaubt. Dort wird eine Druckabsenkung der Wassersäule (wie in Abb. 1b gezeigt) bereits beim Herausziehen erzeugt, was sich (wie in [1], Ende des Abschnitts 2.4 und Fußnote 11 ausgeführt) darauf zurückführen lässt, dass man dabei wie auch zum Halten der Säule Kraft aufwenden muss. Die Druckdifferenz zwischen dem äußeren Luftdruck und dem Druck am oberen Ende der Säule, $\rho \cdot g \cdot H$,

entspricht dem Betrag der Gewichtskraft der Säule pro Querschnittsfläche.

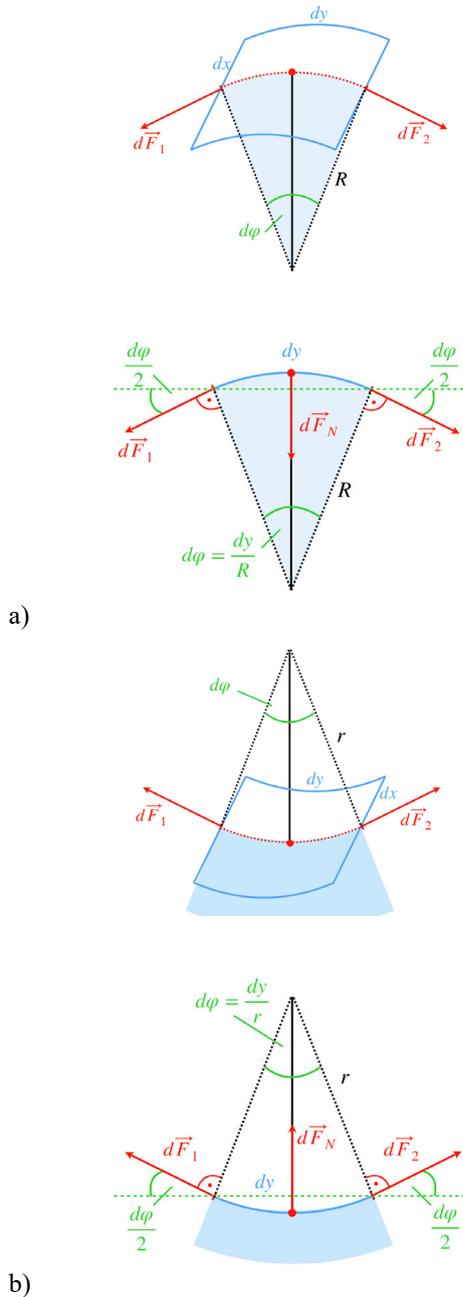


Abb. 3: Auf ein Element $dx \cdot dy$ einer gekrümmten Flüssigkeitsoberfläche wirken Tangentialkräfte $d\vec{F}$, die von den Molekülen der benachbarten Flächenelemente ausgeübt werden.

a) Bei einer konvexen Krümmung (hier in der yz -Ebene) greifen diese an den beiden Seiten dx an und haben den Betrag $dF_1 = dF_2 = \gamma_{lg} \cdot dx$, wobei γ_{lg} die Oberflächenspannung der Flüssigkeit bezeichnet. Die senkrecht zur Oberfläche wirkende resultierende Normalkomponente dieser Kräfte hat den Betrag $dF_N = (dF_1 + dF_2) \cdot d\varphi/2$. Bei einem Krümmungsradius R ist $d\varphi = dy/R$ und somit $dF_N = \gamma_{lg} \cdot dx \cdot dy/R$. Die Normalkraft ist ins Flüssigkeitsinnere gerichtet. Die Kraft pro Fläche γ_{lg}/R bewirkt somit eine Druckerhöhung im Flüssigkeitsinneren. Bei einem Tropfen ist jedes Oberflächenelement in zwei zueinander senkrechten Ebenen gekrümmt und die Druckerhöhung $2\gamma_{lg}/R$ also doppelt so groß [2, 3, 4].

b) Bei einer konkaven Krümmung mit Krümmungsradius r zeigt die Normalkraft hingegen nach außen, so dass sich eine Druckerniedrigung um γ_{lg}/r ergibt.

äußeren Luftdruck (siehe Gl. {1}). Dies ändert sich jedoch, wenn sich die Grenzflächen zwischen Flüssigkeit und Luft krümmen, so wie das bei Tropfen und Blasen oder in der Nähe von Festkörperoberflächen der Fall ist (Abb. 3).

Eine Krümmung geht mit einer Vergrößerung der Oberfläche einher, wozu intermolekulare Bindungen aufgebrochen werden müssen. Die Oberflächenspannung $\gamma_{lg} = \frac{dW}{dO} > 0$ (l: liquid; g: gas) ist die zur Vergrößerung der Flüssigkeitsoberfläche um dO benötigte Energie dW [3]. Auf die Seiten eines gekrümmten Oberflächenelements wirken daher wie in Abb. 3 gezeigt Tangentialkräfte $d\vec{F}$ [4, 5]. Deren Komponenten senkrecht zur Oberfläche zeigen bei konvexen Krümmungen (Abb. 3a) ins Flüssigkeitsinnere, so dass in ihrem Inneren unmittelbar an der Oberfläche ein Druck $p_i > p_{Luft}$ herrscht. Bei konkaven Krümmungen hingegen (Abb. 3b) ist die Normalkraft nach außen gerichtet und bewirkt eine Absenkung des Flüssigkeitsdrucks an der Oberfläche, d. h. dort gilt $p_i < p_{Luft}$. Daher ist beispielsweise der Druck in einem Flüssigkeitstropfen größer als der der umgebenden Luft, wohingegen er bei benetzenden Flüssigkeiten in Kapillaren kleiner ist, was zum Kapillarsteigen² führt [2].

Um zu verstehen, wie sich Flüssigkeiten in der Nähe von Festkörperoberflächen verhalten, betrachten wir zunächst das in Abb. 4 skizzierte Lehrbuchbeispiel (Kapitel 1.1.4 in [2]). Dabei werden zwei mit einem Wassertropfen benetzte Glasplatten in Kontakt gebracht, so dass sich zwischen ihnen ein dünner Wasserfilm befindet, der eine Kreisfläche mit dem Radius R bedecken soll. Es bilden sich nun wie in Abb. 4 gezeigt stabile Grenzflächen in Form nach innen gekrümmter konkaver Menisken zwischen Flüssigkeit und Luft aus, da Kohäsionskräfte die Flüssigkeitsmoleküle zusammenhalten und Adhäsionskräfte zwischen ihnen und den Oberflächen von Glas bzw. Abdeckung wirken. Diese Kräfte bestimmen den Kontaktwinkel³ θ der Grenzfläche an den festen Begrenzungswänden [2, 3] und damit den in Abb. 4b gezeigten Krümmungsradius der Flüssigkeitsoberfläche $r = s/(2 \cos \theta)$. Aufgrund von Oberflächenrauigkeiten gilt für die Höhe der Kapillarbrücke immer $s > 0$, auch wenn sich die Platten an einigen Stellen berühren. Wie in Abb. 4c) gezeigt, ist die Flüssigkeitsoberfläche zusätzlich in der Ebene parallel zu den Plattenoberflächen (also entlang einer Linie, die auf der Höhe

² Die Flüssigkeit steigt in der Kapillare bis zu einer Höhe h hoch, bei der die Druckabsenkung von p_{Luft} auf $p_{Luft} - \rho \cdot g \cdot h$ gerade dem Laplace-Druck entspricht.

³ Für hinreichend glatte, homogene und inerte Oberflächen beschreibt die Young-Gleichung $\gamma_{lg} \cdot \cos \theta = \gamma_{sg} - \gamma_{sl}$ den Zusammenhang des Kontaktwinkels θ mit den Oberflächenspannungen zwischen Flüssigkeit und Luft, γ_{lg} , und Festkörper und Luft, γ_{sg} , sowie mit der Grenzflächenspannung zwischen Festkörper und Flüssigkeit, γ_{sl} (l: liquid, g: gas; s: solid) [2, 3].

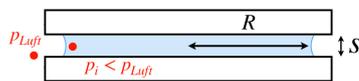
der Spaltmitte verläuft) konvex gekrümmt (Krümmungsradius R). Die beiden Hauptkrümmungsradien legen nun die Druckdifferenz an der Flüssigkeitsoberfläche fest, den sogenannten Laplace-Druck [2]:

$$p_{Laplace} = p_i - p_{Luft} = \gamma_{lg} \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) \quad \{3\}$$

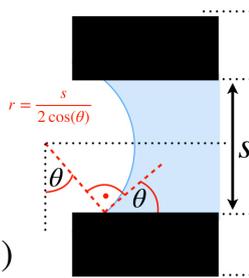
mit $r = \frac{s}{2 \cdot \cos \theta}$.

Daraus ergibt sich natürlich auch der Druck der Flüssigkeit: $p_i = p_{Luft} + p_{Laplace}$. Die konvexe (nach außen gewölbte) Krümmung der Flüssigkeit liefert also einen positiven Beitrag, die konkave (nach innen gewölbte) hingegen einen negativen und trägt somit zu einer Absenkung des Drucks bei (vgl. mit Abb.3). Beim in Abb. 4 skizzierten Beispiel ist für einen hinreichend dünnen Spalt $s \ll R$ der Laplace-Druck negativ:

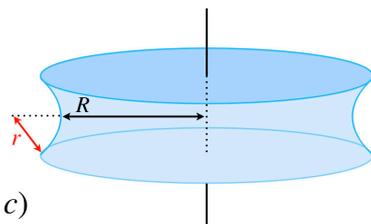
$$p_{Laplace} = p_i - p_{Luft} \approx -\gamma_{lg} \cdot \frac{2 \cdot \cos \theta}{s} < 0 \quad \{4\}$$



a)



b)



c)

Abb. 4: a) Kapillare Adhäsion zweier Glasplatten, zwischen denen man einen Wassertropfen zerdrückt hat, der eine Kapillarbrücke der Höhe s mit dem Radius R formt. Auch wenn sich die Platten an einigen Stellen berühren, gilt aufgrund der (nicht dargestellten) Oberflächenrauigkeit $s > 0$. b) Der Krümmungsradius $r = \frac{s}{2 \cos \theta}$ der Flüssigkeitsoberfläche in der Ebene senkrecht zum Spalt hängt vom Kontaktwinkel θ und damit von den Adhäsions- und Kohäsionskräften ab. Bei benetzenden Flüssigkeiten ist $\theta < 90^\circ$. c) Die Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Luft ist in einer Ebene parallel zu den begrenzenden Platten konvex gekrümmt (Krümmungsradius R), senkrecht dazu sind die Menisken hingegen konkav gekrümmt (Krümmungsradius r).

Der Druck p_i in der Flüssigkeit ist somit kleiner als der äußere Luftdruck p_{Luft} . Bei einer nicht benetzenden Flüssigkeit hingegen wären die Menisken konvex ($\theta > 90^\circ$) und der Laplace-Druck positiv. Wasser hat bei 25°C eine Oberflächenspannung von $\gamma_{lg} = 0,072 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ und benetzt z. B. glattes gereinigtes Glas vollständig, d.h. dort gilt $\theta = 0^\circ$ (siehe Kapitel 1.2 in [2] oder [6]). Bei einer Spalthöhe von $s = 5 \mu\text{m}$ ergibt sich dann eine Herabsetzung des Flüssigkeitsdrucks um 0,29 bar. Bei einer Spalthöhe von $s = 50 \mu\text{m}$ sind es nur 0,029 bar. Dies zeigt, dass sich die Güte der Kontaktflächen auf den in der Flüssigkeit entstehenden Druck auswirkt.

Auch beim umgedrehten Wasserglas befindet sich immer etwas Flüssigkeit zwischen Glasrand und Abdeckung, da diese nicht hermetisch versiegelt ist (siehe Abb. 5a). Wir beschränken uns hier und im Folgenden der Einfachheit halber auf Abdeckungen, die nicht porös sind und keine Flüssigkeit aufnehmen. Dies können beispielsweise Kopierfolien, laminierte Karten oder auch starre Platten aus Glas oder Plexiglas sein, nicht jedoch Bierdeckel oder Karton⁴. Selbst wenn wir annehmen, dass der Randspalt zwischen der Abdeckung und dem umgedrehten Glas zunächst vollständig mit Wasser gefüllt ist, die Flüssigkeit-Luft-Grenzfläche am äußeren Glasrand liegt und gerade ist (z. B. weil wir die Abdeckung angedrückt haben oder das Glas mit Deckel aus dem Wasserbad gehoben haben), so reicht es bereits aus, dass sich die Abdeckung unter dem Einfluss ihrer Gewichtskraft minimal absenkt, damit sich Menisken ausbilden (das Volumen der Flüssigkeit ist konstant, so dass sich die Grenzfläche in das Innere des Spaltes verlagert). Die Menisken bestimmen dann (wie im obigen Beispiel) den Druck unmittelbar über der Abdeckung, $p_i < p_{Luft}$. Auch wenn wir die Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche, und damit den Wert von p_i , vorab nicht kennen, gibt uns die Tatsache, dass die Abdeckung hält und kein Wasser ausläuft, weitere Informationen an die Hand. Dazu betrachten wir die auf die Abdeckung einwirkenden Kräfte (siehe Abb. 5a). Zum einen gibt es aufgrund des äußeren Luftdrucks eine nach oben gerichtete Kraft vom Betrag $F_{\uparrow} = p_{Luft} \cdot A$, wobei A die mit Flüssigkeit benetzte Fläche der Abdeckung bezeichnet und damit die äußere Querschnittsfläche des Glases (hier und im Folgenden gehen wir davon aus, dass sich im gesamten Randspalt Flüssigkeit befindet).⁵ Zum anderen wirkt aufgrund der Gewichtskraft des Deckels der Masse m_D und aufgrund des Flüssigkeitsdrucks p_i unmittelbar über ihm eine nach unten gerichtete Kraft vom Betrag $F_{\downarrow} = p_i \cdot A + m_D \cdot g$.

⁴ Auch wenn das Experiment damit ebenfalls funktioniert, könnte dies Schülerinnen und Schüler zu der falschen Annahme verleiten, die Wasseraufnahme sei entscheidend (siehe [1]).

⁵ Andernfalls liegt die Fläche A zwischen der inneren und der äußeren Querschnittsfläche des Glases.

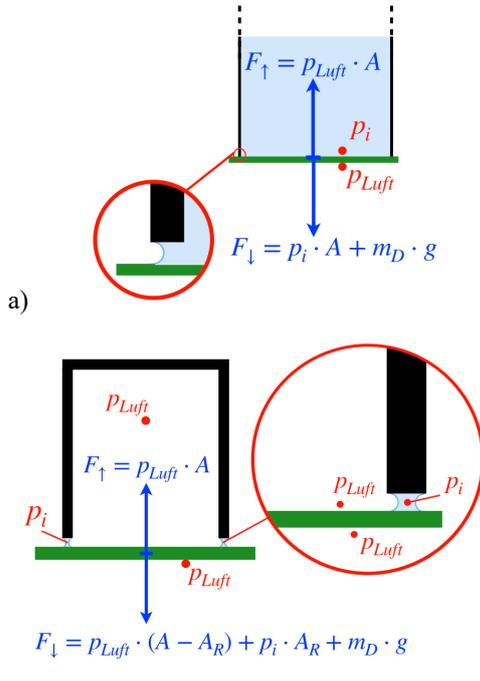


Abb. 5: Menisken zwischen Abdeckung und Glasrand beim umgedrehten Wasserglas. a) Gefülltes Glas [A : Fläche des Außenquerschnitts] b) Leeres Glas mit befeuchtetem Rand (A_R : Querschnittsfläche des befeuchteten Randes, unter dem sich Menisken ausbilden, die unter dem Druck p_i stehen).

Ist der Deckel starr, so muss $F_{\downarrow} \leq F_{\uparrow}$ gelten. Wenn F_{\uparrow} größer ist als F_{\downarrow} , wird die Platte gegen den Glasrand gepresst und die Differenz $F_{\uparrow} - F_{\downarrow}$ von einer entgegen gerichteten Kraft kompensiert (Gleiches gilt für die in Abb. 4 gezeigte Situation, wenn man die obere Platte festhält). Die Flüssigkeit an der Innenseite des Deckels steht daher unter einem Druck⁶

$$p_i \leq p_{Luft} - \frac{m_D \cdot g}{A} \quad \{5a\}$$

Damit die Abdeckung hält muss der Laplace-Druck wie bereits ausgeführt negativ sein: $p_{Laplace} = p_i - p_{Luft} < 0$. Sein Betrag ist: $|p_{Laplace}| \geq \frac{m_D \cdot g}{A}$.

Ist die Abdeckung hingegen flexibel, drückt sie auf die darüber stehende Flüssigkeit, so dass deren Druck sich über die Krümmung der Menisken so anpasst, dass Kräftegleichgewicht $F_{\downarrow} = F_{\uparrow}$ herrscht und damit

$$p_i = p_{Luft} - \frac{m_D \cdot g}{A} \quad \{5b\}$$

gilt. Ist die Masse der flexiblen Abdeckung auch noch vernachlässigbar klein, so ist $p_i \approx p_{Luft}$, d. h. auf beiden Seiten der Abdeckung herrscht näherungsweise der Luftdruck. Diesen einfachen Grenzfall haben wir in der in [1] beschriebenen Unter-

richtsreihe thematisiert, bei der eine dünne Kopierfolie zum Einsatz kam. Bei Deckeln größerer Masse ist hingegen eine größere Druckabsenkung erforderlich und damit eine hinreichend kleine Kapillarbrückenhöhe s (siehe Gl. {3} und {4}). Wird nur der Rand des Glases mit der Fläche $A_R \ll A$ befeuchtet, ohne dass sich im Glas selber Wasser befindet (siehe Abb. 5b), so steigt die erforderliche Druckabsenkung auf $m_D \cdot g / A_R$.

2.2. Höhenabhängigkeit des Drucks und Druckabsenkung beim Umdrehen

Die oben beschriebene Druckabsenkung hat keine Auswirkung auf den höhenabhängigen Beitrag des Schweredruckes in der darüberstehenden Wassersäule ($\partial p / \partial y = -\rho \cdot g = \text{konst.}$). Der Druck nimmt wie gewohnt mit zunehmender Höhe ab, so dass statt Gl. {1} nun

$$p(y) = p_i - \rho \cdot g \cdot (y - y_i) \quad \{6\}$$

gilt. y_i bezeichnet die Höhe, auf der sich die Flüssigkeit-Luft-Grenzfläche mit ihren Menisken befindet. Dies ist das Referenzniveau, auf dem der Druck p_i herrscht. Die Druckverteilung ist in Abb. 6a gezeigt. In Abb. 6b ist zum Vergleich die Situation ohne gekrümmte Menisken, d. h. mit fest versiegeltem Deckel, dargestellt.

Die hydrostatische Druckdifferenz zwischen den Stirnflächen der Wassersäule, $\rho \cdot g \cdot H$, bleibt beim Umdrehen unverändert (siehe Abb. 7a). Der Druck nimmt nach unten immer zu bzw. nach oben immer ab, egal ob der feste Glasboden sich nun oben oder unten befindet. In Abb. 7b zeigen wir den Druckverlauf für das aufrechte und das umgedrehte Glas, jeweils vom unteren zum oberen Ende der Wassersäule. Beim aufrechten Glas herrscht am unteren festen Glasboden ein Druck $p_{Luft} + \rho \cdot g \cdot H$, der zur Oberfläche hin auf p_{Luft} abnimmt. Beim umgedrehten Glas hingegen herrscht oberhalb der unteren Abdeckung der Druck p_i , der auf dem Weg zum oben liegenden festen Glasboden auf $p_i - \rho \cdot g \cdot H$ abnimmt. Betrachtet man hingegen den Druckverlauf entlang der in Abb. 7a skizzierten Wege, also jeweils von außen nach innen, so kommt es dabei zu einer Umkehr der Druckänderung (Vorzeichenwechsel der Steigung in Abb. 7c).

Anders als beim in Abb. 1b skizzierten Herausziehen einer Wassersäule aus einem Flüssigkeitsreservoir ändert sich die Lageenergie der Volumenelemente nicht, wenn wir das Wasserglas um seinen Schwerpunkt drehen (siehe Abb. 7a). Dennoch sinkt der mittlere Druck im Glas von $p_{Luft} + \rho \cdot g \cdot H / 2$ auf $p_i - \rho \cdot g \cdot H / 2$. Da der Druckgradient im Flüssigkeitsinneren unverändert geblieben ist, $\partial p / \partial y = -\rho \cdot g$, entspricht die mittlere Druckabsenkung der Drucksenkung an jeder Stelle der Flüssigkeit (siehe Abb. 7b).

⁶ Dies gilt im Übrigen genauso für die in Abb.4 gezeigte Situation zweier mit Wasser benetzter Platten, wenn man die obere Platte festhält und die untere als Deckel betrachtet.

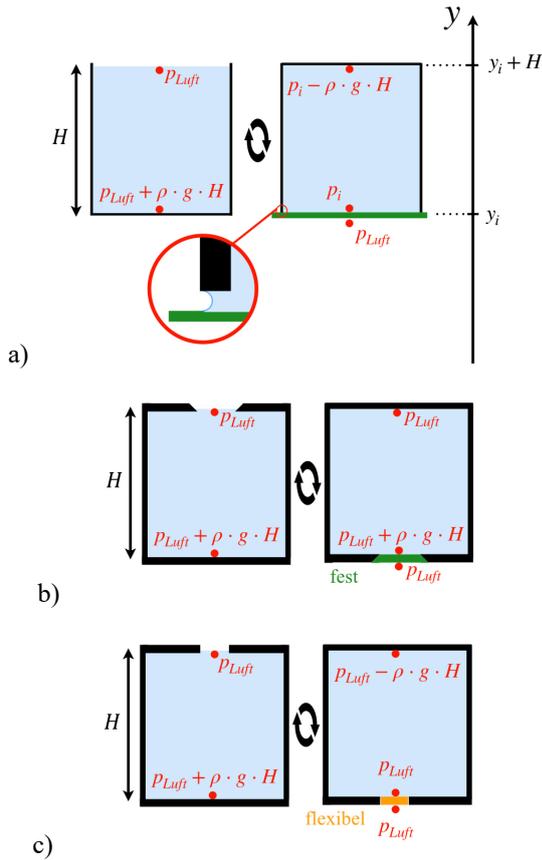


Abb. 6: a) Dreht man ein mit Wasser gefülltes Glas, an das man eine glatte Abdeckung drückt, um, so bilden sich zwischen Glasrand und Abdeckung konkave Menisken aus. An diesen Menisken kommt es zu einem Drucksprung (siehe Gl. {3} und {4}), so dass unmittelbar oberhalb der Abdeckung ein Druck $p_i < p_{Luft}$ in der Flüssigkeit herrscht. b) Verschließt man ein Gefäß völlig dicht mit einer festen Abdeckung, so dass sich keine gekrümmten Grenzflächen zwischen Wasser und Luft ausbilden, so kommt es beim Umdrehen zu keiner Druckabsenkung. c) Verschließt man das Gefäß mit einer flexiblen (und hier idealisiert als masselos angenommenen) Membran, so bilden sich ebenfalls keine Menisken. Dennoch kommt es beim Umdrehen zu einem Druckausgleich, d. h. überall in der Flüssigkeit sinkt der Druck beim Umdrehen um $\rho \cdot g \cdot H$ (da die Flüssigkeit inkompressibel ist und keine Luft eindringen kann, bewegt sich die Membran dabei nicht).

Der Druck sinkt also überall um

$$\Delta p = p_{Luft} - p_i + \rho \cdot g \cdot H \quad \{7\}$$

ab, d. h. um den Betrag des negativen Laplace-Drucks $|p_{Laplace}| = p_{Luft} - p_i = -p_{Laplace}$ und den Schweredruck der Wassersäule. Dies geschieht durch den Übergang von einer ebenen Flüssigkeitsoberfläche an der Oberseite der Säule zu gekrümmten Menisken an der Unterseite im Randspalt zwischen Glas und Abdeckung. Die aufgrund des Adhäsionseffekts gekrümmten Menisken liefern hierbei die Absenkung $p_{Luft} - p_i$. Der Anteil $\rho \cdot g \cdot H$ wird hingegen allein durch die Verlagerung der

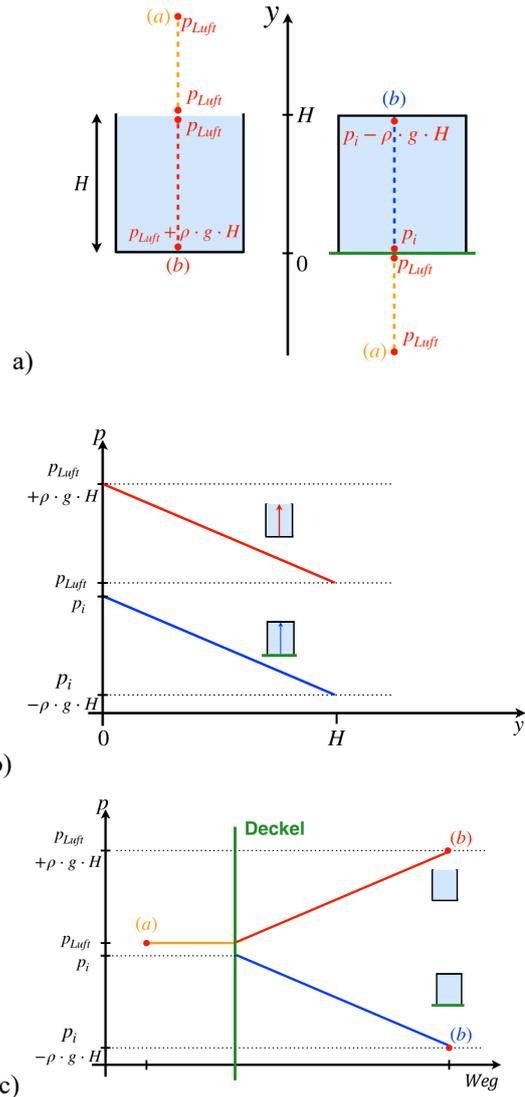


Abb. 7: a) Aufrechtes und umgedrehtes Wasserglas mit Deckel. b) Jeweiliger Druckverlauf vom unteren zum oberen Ende der Wassersäule. c) Druckverlauf entlang der gestrichelten Wege in a). Im Grenzfall einer leichten flexiblen Membran wird der Drucksprung von p_{Luft} auf p_i am Deckel des umgedrehten Glases sehr klein (siehe Gl. {5b}).

Luft-Flüssigkeit-Grenzfläche nach unten erreicht. Das kann man sich auch mit einem einfachen Gedankenexperiment klarmachen, bei dem man Wassergefäße betrachtet, die verschlossen werden, ohne dass sich Menisken bilden (vergleiche Abb. 6b und 6c).

Würde man die Gefäßöffnung nicht wie in Abb. 6b gezeigt mit einem festen Verschluss, sondern mit einer flexiblen und idealisiert als masselos angenommenen Membran verschließen (siehe Abb. 6c), so käme es an der Membran beim Umdrehen zu einem Druckausgleich in der inkompressiblen Flüssigkeit. Der Druck am Boden der Flüssigkeitssäule würde von $p_{Luft} + \rho \cdot g \cdot H$ auf p_{Luft} absinken, da auf beiden Seiten der Membran der gleiche Druck herrschen muss. Damit sinkt der Wert am oberen Ende natürlich von p_{Luft} auf $p_{Luft} - \rho \cdot g \cdot H$. In

der gesamten Flüssigkeit sinkt der Druck also um $\rho \cdot g \cdot H$ ab. Dies geschieht allein dadurch, dass die Grenzfläche, die den Druck in der Flüssigkeit bestimmt, nach unten verlegt wird.

Übertragen auf das in Abb. 6a skizzierte ursprüngliche Experiment, d. h. auf das Umdrehen eines Glases mit aufgelegter Abdeckung, bedeutet dies, dass die Adhäsionskräfte die Wassersäule nicht tragen müssen, d. h. deren Gewichtskraft nicht kompensieren müssen. Schon ohne Menisken würde im Grenzfall einer masselosen Abdeckung am unteren Ende der Wassersäule ein Druck p_{Luft} herrschen. Um die Wassersäule im umgedrehten Glas zu halten, bedarf es daher auch keiner Adhäsionskräfte zwischen ihrer Oberseite und dem darüber liegenden festen Glasboden. Auch wenn man diesen beispielsweise mit Teflon beschichten würde, würde der Versuch noch funktionieren. Es wäre also nicht richtig, mit dem vermeintlich anschaulichen Bild zu argumentieren, die Säule hänge an dem sich über ihr befindenden Glasboden.

Die kapillare Adhäsion im Randspalt bewirkt lediglich die über den Wert $\rho \cdot g \cdot H$ hinausgehende Druckabsenkung um $p_{Luft} - p_i$ (siehe Gl. {7}).⁷ Wie oben beschrieben ist Letzteres für das Kräftegleichgewicht der Abdeckung wichtig, d. h. für die Kompensation ihrer Gewichtskraft (siehe Gl. {5a} und {5b}) und gegebenenfalls zusätzlicher Zugkräfte (s. u., Abschnitt 2.4).

2.3. Stabilität der Flüssigkeitsoberfläche gegenüber dem Eindringen von Luftblasen

Obwohl das umgedrehte Glas nicht hermetisch abgeschlossen ist, kann nicht ohne Weiteres Luft eindringen und Flüssigkeit aus dem Glas auslaufen. Dazu müsste sich die Grenzfläche zwischen Luft und Wasser verformen, was bei hinreichend kleinen Öffnungen jedoch energetisch ungünstig ist.⁸ Die Oberflächenspannung stabilisiert die Grenzfläche und verhindert das Eindringen von Luft – bewirkt also eine Art von „Versiegelung“ (siehe Abb. 5a). Beim Umdrehen des Wasserglases muss man daher die Abdeckung zumeist andrücken, um die Breite des Randspaltes und damit die Größe der Grenzflächen zu begrenzen.⁹ Es ist sogar möglich, statt einer Folie ein hinreichend feines Drahtnetz zu benutzen [7].

⁷ Die Tatsache, dass man den Endzustand des umgedrehten Wasserglases auch wie in Abb. 1b und 1c gezeigt durch das Herausziehen einer Wassersäule erreichen kann, ist im übrigen ein weiterer Beleg hierfür. Schließlich herrscht vor dem Unterschieben der Abdeckfolie am unteren Säulenende bereits der Luftdruck. Erst wenn das Glas aus dem Becken gehoben wird, bilden sich die Menisken und der Laplace-Druck führt zu einer weiteren Druckabsenkung von p_{Luft} auf p_i .

⁸ In der Tat können wellenförmige Oberflächeninstabilitäten auftreten, die aber nur bei hinreichend großer Wellenlänge zu einer Energieabsenkung führen (siehe Kap. 5.2 in [2]).

⁹ In [1] haben wir gezeigt, dass man auf das Andrücken auch verzichten kann, wenn man entsprechend geschickt vorgeht (siehe die dort beigefügten Videos).



Abb. 8: Zahnstocher-Versuch zur Demonstration der Oberflächenspannung (siehe hierzu auch das beigefügte Video „Zahnstocher-Versuch“): Die Kopierfolie wird mit einem kleinen Loch versehen. Das Wasser läuft nicht aus und man kann einen Zahnstocher ins Innere des Glases schieben, der dann in der Flüssigkeit aufsteigt. Um den Überraschungseffekt zu steigern, kann man statt eines Glases und eingefärbtem Wasser eine Wasserflasche verwenden und sie vor dem Umdrehen unauffällig mit einer kleinen durchsichtigen Folie verschließen. Dieser Versuch ist zwar eindrucksvoll, geht aber über die in der Versuchsreihe [1] vorgestellte Betrachtung hinaus.

Alternativ dazu kann man die Folie auch mit einigen Löchern versehen, deren Durchmesser nur ein wenig größer als der eines Zahnstochers sind. Wieder fließt kein Wasser aus, und man kann sogar einen Zahnstocher von außen durch eines der Löcher schieben, der dann im Wasser aufsteigt (siehe Abb. 8 und das Video „Zahnstocher-Versuch“). Umgekehrt ist es recht leicht, die Flüssigkeitsoberfläche zu destabilisieren. Es genügt beispielsweise, die Folie an einer Stelle am Rand leicht herunterzudrücken, damit sie abfällt und das Wasser ausläuft.

2.4. Die Tragkraft starrer Abdeckungen

Der negative Laplace-Druck bestimmt die Druckdifferenz an der Abdeckung (siehe Gl. {3-5}) und damit, zusammen mit der Querschnittsfläche A , dessen maximale Tragkraft

$$|\vec{F}_T| = A \cdot (p_{Luft} - p_i) = A \cdot |p_{Laplace}|. \quad \{8\}$$

Die Tragkraft gibt an, ab welcher Belastung sich der Deckel vom Rand des Glases löst, so dass das Wasser ausläuft. Sie ist senkrecht nach unten gerichtet und setzt sich zusammen aus der Gewichtskraft des Deckels und einer gegebenenfalls zusätzlich wirkenden Zugkraft:¹⁰ $\vec{F}_T = m_D \cdot \vec{g} + \vec{F}_{Zug}$. Je kleiner der Querschnitt des Glases, desto kleiner ist die Tragkraft. Ist das Glas leer und befindet sich wie in Abb. 5b gezeigt lediglich Flüssigkeit zwischen dem Rand der Fläche $A_R \ll A$ und der Abdeckung, so ergibt sich eine weitaus kleinere Belastungsgrenze.¹¹ Abgesehen von der trivialen Flächenabhängigkeit ist der Laplace-Druck die entscheidende Größe. Er hängt vom Kontaktwinkel der benetzenden Flüssigkeit und der Höhe s der Kapillarbrücken im Randspalt ab (siehe Gl. {3}, {4} und Abb. 4). Die Höhe der Kapillarbrücken wird sowohl von der Qualität der Kontaktflächen beeinflusst als auch davon, wie gut man den Deckel beim Umdrehen des Glases andrückt (damit s hinreichend klein und die Menisken stabil sind, siehe Abschnitt 2.3). In der Literatur findet sich eine große Bandbreite von Messwerten aus Experimenten mit starren Deckeln. In [7] wurden bei einem Gefäßdurchmesser von 5 cm Tragkräfte von nur wenigen Newton gemessen, die sehr kleinen Druckdifferenzen $|\vec{F}_T|/A \ll p_{Luft}$ entsprechen. Der Druck der Flüssigkeit über dem Deckel war also fast so groß wie der Luftdruck. Bei solch kleinen Tragkräften ist es nicht weiter verwunderlich, dass man ein aufrechtstehendes gefülltes Wasserglas mit aufgelegtem Deckel (und Menisken im Randspalt) oftmals nicht am Deckel nach oben ziehen kann, da die Zugkraft in diesem Fall der Gewichtskraft von Glas und Wasserfüllung entspricht und größer als $|\vec{F}_T|$ sein kann.¹² In [8] gelang es bei einem Gefäßdurchmesser von 22,6 cm (und speziell präparierter Randfläche) Massen bis zu 10 kg an den Deckel zu hängen, also Zugkräfte von etwa 98 N bzw. Werte für $|\vec{F}_T|/A$ von etwa 0,024 bar und damit 1/41 des Luftdrucks zu erreichen. Dies ist mit den obigen Abschätzungen zum Laplace-Druck vereinbar (siehe den Text unter Gl. {4}).

Will man für eine hinreichend hohe Tragkraft und damit ein gutes Gelingen des Experimentes sorgen, muss man zum einen auf die richtige Materialkombination achten, um eine entsprechende Druckab-

senkung zu erreichen, und gegebenenfalls vorher die Oberflächen von Gefäß und Deckel reinigen. Der Laplace-Druck ist für Kontaktwinkel θ im Bereich $[0^\circ, 90^\circ[$ negativ und betragsmäßig umso größer, je näher θ bei null liegt (siehe Gl. {3,4}). Der Einfachheit halber wird üblicherweise mit Wasser gearbeitet. Für Wasser auf glatten und sauberen Glasoberflächen wird der Idealfall $\theta = 0^\circ$ und damit $\cos \theta = 1$ erreicht (Kapitel 1.2 in [2] und [6]). In Abschnitt 2.1 haben wir bereits beispielhaft Werte des Laplace-Drucks abgeschätzt (siehe den Text unter Gl. {4}). Für Wasser auf Acrylglas (Polymethylmethacrylat, PMMA; auch unter dem Markennamen Plexiglas bekannt) ist hingegen $\theta = 80^\circ$ (S. 180 in [3]) und der Laplace-Druck bei gegebener Kapillarbrückenhöhe s um den Faktor $\cos \theta \approx 0,17$ reduziert. Zu vermeiden sind nicht benetzende Kombinationen wie Wasser auf Polyethylen oder Teflon.¹³

Auch in der Flüssigkeit gelöste Gase können die Tragkraft herabsetzen. In [7] wurde beispielsweise bei gegebener Geometrie für entgastes Wasser eine Tragkraft von 4 N gemessen, für nicht entgastes Wasser 2,3 N, und für mit Kohlensäure versetztes Wasser weniger als 1 N. Erklären lässt sich dies dadurch, dass es beim Umdrehen des Glases überall in der Flüssigkeit zu einer Druckabsenkung kommt (siehe Abschnitt 2.2). Dadurch sinkt die Löslichkeit der Gase in der Flüssigkeit (Henry'sches Gesetz [9]), ein Teil wird freigesetzt, sammelt sich an der höchsten Stelle des Gefäßes und verdrängt dort Flüssigkeit. Da diese nahezu inkompressibel ist, wird sie nach unten gedrückt, die Spalthöhe s steigt und der Laplace-Druck sinkt (siehe Gl. {3,4} und Abb. 4).

2.5. Keine Tragkraft bei zu großer Druckabsenkung? Die maximale Höhe der Flüssigkeitssäule.

Dass bei nur kleiner Druckabsenkung in der Flüssigkeit die Tragkraft des Deckels nicht groß sein kann, ist unmittelbar einsichtig. Es kann jedoch auch ein zu großer Laplace-Druck

$|p_{Laplace}| = -p_{Laplace}$ und damit ein zu kleiner Druck p_i zum Misslingen des Experimentes führen. Unterschreitet der Druck $p_i - \rho \cdot g \cdot H$ am oberen Ende der Säule den Dampfdruck p_0 , so siedet die Flüssigkeit dort.¹⁴ Es kommt zu einem Phasenübergang, das Gas nimmt ein größeres Volumen ein, verdrängt Flüssigkeit und der Deckel fällt ab. Damit dies nicht passiert, muss $p_i \geq p_0 + \rho \cdot g \cdot H$ gelten.

¹⁰ Gelingt das Experiment, so gilt also trivialerweise

$$|\vec{F}_T| = A \cdot |p_{Laplace}| \geq m_D \cdot g \quad (\text{siehe auch Gl. \{5a\}}).$$

¹¹ Aus der Tatsache, dass schwere Abdeckungen nicht an einem Glas mit befeuchtem Rand haften, lässt sich nicht wie in [7] folgern, dass die Adhäsion beim Experiment mit dem umgedrehten Wasserglas nur eine untergeordnete Rolle spielt.

¹² Ein typisches Trinkglas hat bei einer Höhe von 10 cm und einem Innendurchmesser von 5 cm eine Masse von etwa 280 g; die Masse der Wasserfüllung beträgt 200 g, wodurch sich bereits eine Zugkraft von 4,8 N ergibt. In [7] wurden Zugexperimente auch in einer solchen aufrechten Konfiguration durchgeführt, d. h. die Kraft gemessen, die erforderlich ist, um die Abdeckung nach oben abziehen.

¹³ Bei Wasser auf Polyethylen ($\theta = 94^\circ$; S. 180 in [3]) oder Wasser auf Teflon ($\theta = 112^\circ - 118^\circ$; S.145 in [3]) wird der Laplace-Druck sogar positiv, so dass $p_i > p_{Luft}$ gilt.

¹⁴ Im Allgemeinen enthält eine Flüssigkeit Nukleationskeime, an denen sich Blasen bilden können. Solch ein Phasenübergang begrenzt auch die Säulenhöhe in einem Flüssigkeitsbarometer (siehe Kapitel 3 in [1]).

Damit erhalten wir als Bedingung für das Gelingen des Experimentes

$$\rho \cdot g \cdot H \leq p_{Luft} - p_0 - |p_{Laplace}| \quad \{9\}$$

Für Wasser bei Raumtemperatur ist $p_0 \approx 2,3393 \text{ kPa} \ll p_{Luft}$. Es gibt aber auch Flüssigkeiten mit größerem Dampfdruck.¹⁵ Die obige Ungleichung liefert bei gegebenem Laplace-Druck eine Randbedingung für die Höhe der Flüssigkeitssäule. Spätestens bei einer (sicherlich unhandlichen) Wassersäulenhöhe von etwa 10,1 m kann das Experiment prinzipiell nicht mehr funktionieren (Grenzfall $p_{Laplace} \rightarrow 0$)¹⁶. Bei einem betragsmäßig größeren Laplace-Druck scheidet es aber auch schon vorher.

Vorsicht: Stellt man Gl. {9} für $p_0 \ll p_{Luft}$ mit Gl. {8} um zu $|\vec{F}_A|/A < p_{Luft} - \rho \cdot g \cdot H$, so darf dies keinesfalls dahingehend interpretiert werden, dass die Differenz von Luft- und Schweredruck die Tragkraft bestimmt.¹⁷ Wäre dem so, ergäbe sich bei den üblicherweise kleinen Gefäßhöhen immer ein großer Wert. In der Praxis gilt jedoch meistens $|\vec{F}_A|/A \ll p_{Luft} - \rho \cdot g \cdot H$ (siehe Abschnitt 2.4). Der Flüssigkeitsdruck $p_i = p_{Luft} + p_{Laplace} = p_{Luft} - |p_{Laplace}|$ oberhalb des Deckels ist eben nicht gleich dem Schweredruck. Der genaue Wert des Laplace-Drucks, und damit der Tragkraft, wird wie weiter oben beschrieben durch die geometrischen Rahmenbedingungen und die Wechselwirkungen festgelegt. Die Ungleichung {9} bedeutet also nicht, dass die Flüssigkeitssäule einen Druck $\rho \cdot g \cdot H$ auf den Deckel ausübt. Sie ergibt sich vielmehr daraus, dass der Druck am oberen Ende der Säule nicht so klein werden darf, dass es dort zu einem Phasenübergang kommt.

3. Flüssigkeitssäulen mit Lufteinschluss und das teilgefüllte Wasserglas

3.1. Druckgleichgewicht in abgepumpten Röhren und Senkhebern

Bisher haben wir lediglich Flüssigkeitssäulen in vollständig gefüllten Gefäßen betrachtet. Gibt es Luft- oder Gaseinschlüsse, so müssen sich diese im Druckgleichgewicht mit ihrer Umgebung befinden. Dies wollen wir kurz anhand der beiden in Abb. 9 gezeigten bekannten Beispiele erläutern, bei denen Flüssigkeitssäulen aus einem Reservoir gezogen werden. Die für das Aufsteigen nötige Druckerniedrigung lässt sich durch direktes Abpumpen oder durch eine Vergrößerung des oberhalb der Flüssigkeit eingeschlossenen Gasvolumens erreichen.

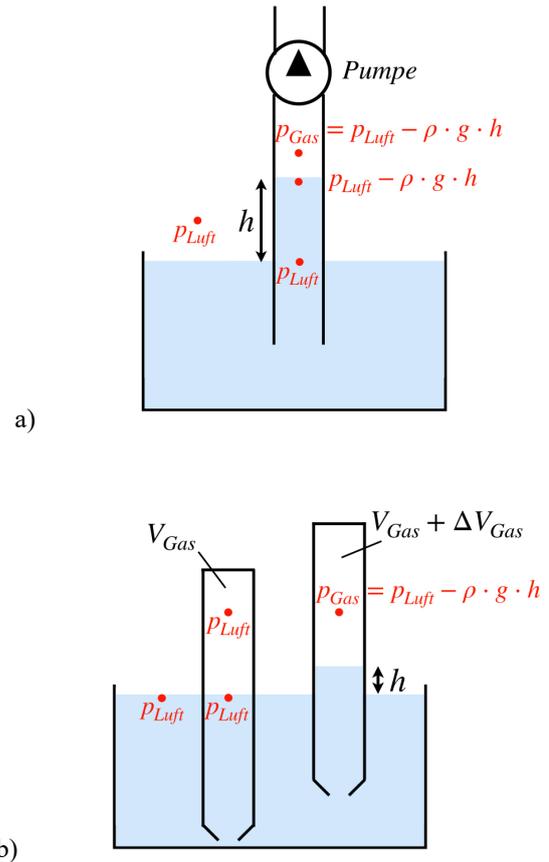


Abb. 9: Anstieg von Flüssigkeitssäulen in Röhren durch (a) Abpumpen der Luft im Rohr bzw. (b) Vergrößerung des eingeschlossenen Luftvolumens beim Stechheber, der nach dem Eintauchen am oberen Ende verschlossen und hochgezogen wird. Nach dem (hier nicht gezeigten) vollständigen Herausziehen herrscht an der unteren Öffnung der Luftdruck. Die Öffnung ist so klein, dass die Oberflächenspannung ein Eindringen von Luftblasen und damit das Auslaufen der Flüssigkeit verhindert.

Weitere Beispiele hierfür finden sich auch in Lehrbüchern.¹⁸ In beiden Fällen ist die Säule der Höhe h im Gleichgewicht, wenn der Druck an ihrer höchsten Stelle dem Druck in dem darüber liegenden Gasvolumen entspricht: $p_{Gas} = p_{Luft} - \rho \cdot g \cdot h$. Wie wir im Folgenden sehen werden, ist das

¹⁵ Beispielsweise ist der Dampfdruck von Aceton bei 20°C etwa zehnmal höher, $p_0 \approx 23,3 \text{ kPa}$ [10], und entspricht damit fast einem Viertel des Luftdrucks.

¹⁶ Diese Höhe ergibt sich für einen mittleren Atmosphärendruck auf Meereshöhe $p_{Luft} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Standarddruck).

¹⁷ Siehe z. B. Abschnitt 3.5 in [8].

¹⁸ In einer alten Auflage des Hochschullehrbuchs [11] heißt es in Kapitel 52: „Kehrt man eine mit Wasser gefüllte Flasche um und bringt ihre Öffnung unter Wasser, so fließt kein Wasser aus der Flasche aus. Erst wenn von unten etwas Luft in die Flasche eindringt, fließt eine bestimmte Wassermenge aus. Die in der Flasche über dem Wasser befindliche Luft steht dann unter einem geringeren Druck als der äußere Luftdruck. Er ist um den statischen Druck der Wassersäule vermindert“. Im Lehrbuch [4] steht in Kapitel 10.6 unter „Wirkungen des Luftdrucks“: „Ganz ähnlich funktioniert die Pipette Man taucht sie ein Stück weit in eine Flüssigkeit ein, verschließt das obere Ende mit dem Finger und zieht sie heraus. Der Flüssigkeitsspiegel in der Pipette sinkt dann so weit, bis der äußere, an ihrer unteren Öffnung wirkende Luftdruck dem Druck der Flüssigkeit und der darüber eingeschlossenen Luft das Gleichgewicht hält.“

Gleichgewicht zwischen Luft und Flüssigkeit beim Umdrehen eines abgedeckten teilgefüllten Wasserglases ebenfalls von Bedeutung, auch wenn dabei ganz andere als die in Abb. 9 gezeigten Vorgänge ablaufen.

3.2. Das teilgefüllte Wasserglas: Druckabsenkung durch Vergrößerung des Luftvolumens

Das Experiment mit dem umgedrehten Wasserglas funktioniert auch, wenn das Glas nicht vollständig gefüllt ist. Darauf wird bereits in [8] hingewiesen, in [7] wird dies auch experimentell untersucht. Dabei haben die Autoren zum einen nachgewiesen, dass sich beim Umdrehen das Volumen der eingeschlossenen Luftblase vergrößert und Wasser austritt, wobei der Effekt mit zunehmendem Lufteinschluss stärker wird. Zum andern messen sie eine umso kleinere Tragkraft der Abdeckung (siehe Abschnitt 2.4), je größer der Lufteinschluss ist. Beide Effekte führen die Autoren in [7] auf das Gesetz von Boyle-Mariotte zurück. Da sie dabei jedoch nicht auf den Laplace-Druck eingegangen sind, d. h. implizit $p_i = p_{Luft}$ gesetzt haben, werden wir die Betrachtung im Folgenden erweitern. Insbesondere werden wir zeigen, dass die Tragkraft wie beim vollständig gefüllten Glas durch den Laplace-Druck bestimmt wird, d. h. die Adhäsion keinesfalls vernachlässigt werden kann. Wir werden uns darüber hinaus auch kritisch mit der Interpretation auseinandersetzen, der Unterdruck in der eingeschlossenen Luft halte die Wassersäule im Glas.

Füllt man beim Versuch, wie in Abb. 10 gezeigt, ein Glas der Höhe H mit innerer Querschnittsfläche A_{innen} nur zum Teil, d. h. bis zur Höhe $h < H$, befindet sich oberhalb des Wasserspiegels ein Luftvolumen $A_{innen} \cdot l$ unter dem Druck p_{Luft} (mit $l = H - h$, siehe Abb. 10 oben). Würde sich dieses Volumen nicht ändern, so würde nach dem Abdecken und Umdrehen dort immer noch der Luftdruck herrschen, und somit in der Flüssigkeit unmittelbar über der Abdeckung der Druck $p_{Luft} + \rho \cdot g \cdot h$ - die Abdeckung würde abfallen. Eine Druckabsenkung kann nur durch eine Volumenvergrößerung der Blase auf $A_{innen} \cdot l' = A_{innen} \cdot (l + \Delta l)$ erfolgen, bei der die Wassersäule um Δl nach unten gedrückt wird (siehe Abb. 10 unten). Dabei kommt es zu einem oder mehreren der folgenden Prozesse: Eine kleine Menge Wasser läuft aus, der Randspalt zwischen Glas und Abdeckung vergrößert sich um $\Delta s \leq \Delta l$ oder die Abdeckung biegt sich durch, falls sie flexibel ist.¹⁹ Die neue Säulenhöhe $h' = h - (\Delta l - \Delta s)$ liegt daher im Bereich $h' \in [h - \Delta l, h]$. Zunächst schließen wir aus, dass

beim Umdrehen gegebenenfalls zusätzlich Luftblasen eindringen, kommen aber später darauf zurück.

Da nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte bei einem idealen Gas konstanter Temperatur das Produkt aus Druck und Volumen konstant ist, muss

$$p_{Luft} \cdot l = (p_i - \rho g h') \cdot l' \quad \{10\}$$

gelten (siehe Abb. 10). Einsetzen von $l = l' - \Delta l$ und Ausmultiplizieren liefert für die relative Absenkung der Säulenhöhe

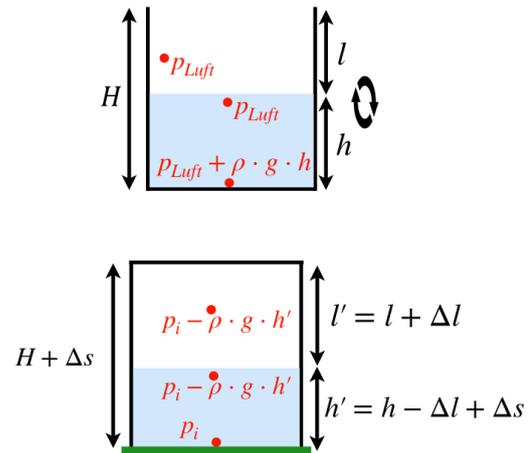


Abb. 10: Druckverhältnisse beim Umdrehen eines teilgefüllten Wasserglases. Das Volumen der eingeschlossenen Luft muss zunehmen, damit ihr Druck sinkt. Die Wassersäule wird dadurch um Δl nach unten gedrückt. Läuft das verdrängte Wasser aus, ist die neue Säulenhöhe $h' = h - \Delta l$. Vergrößert sich der Randspalt zwischen Abdeckung und Glas um $\Delta s \leq \Delta l$, so dass nur ein Teilvolumen $A_{innen} \cdot (\Delta l - \Delta s)$ ausläuft, dann gilt $h' = h - (\Delta l - \Delta s)$. Ist die Abdeckung flexibel und biegt sich nach unten, ohne dass Wasser ausläuft, ist $h' \approx h$.

$$\frac{\Delta l}{l'} = \frac{p_{Luft} - p_i + \rho \cdot g \cdot h'}{p_{Luft}} \quad \{11a\}$$

$$> \frac{\rho \cdot g \cdot h'}{p_{Luft}} \quad \{11b\}$$

Ist das Gasvolumen so klein, dass der Ausgangszustand nicht durch eine ebene Flüssigkeitsoberfläche, sondern nur durch eine kleine Blase bestimmt wird, ist $\Delta l/l'$ durch $\Delta V_{gas}/V_{gas}^{nachher}$ zu ersetzen. Das Minimum (Gl. {11b}) wird im Grenzfall eines kleinen Laplace-Drucks erreicht ($p_i \approx p_{Luft}$), z. B. im Falle einer leichten flexiblen Membran (siehe Gl. {5b}). Für ein halbgefülltes Glas mit $H = 10$ cm und $h' \approx 5$ cm ergibt sich eine Absenkung des Flüssigkeitsspiegels um lediglich 0,24 mm. Messungen in [7] liefern für ein längeres Rohr ($H = 1$ m) mit einer festen Abdeckung Werte, die bis zu etwa 25-30% oberhalb der durch Gl. {11b} gegebenen Grenze liegen, was für den Einfluss des Laplace-Drucks spricht: Gl. {11a} ist also konsistent mit den Messergebnissen und allgemeiner als Gl. {11b}, die ohne Berücksichtigung des Laplace-

¹⁹ Eine weitere Möglichkeit ist das Aufsagen von Flüssigkeit in einen porösen Deckel, z.B. einen Bierdeckel. Das Experiment funktioniert jedoch auch ohne diese zusätzliche Druckerniedrigung. Um sie als vorschnelle Erklärung des Phänomens von vorneherein auszuschließen, haben wir in [1] auch beim vollständig gefüllten Gefäß Kopierfolien zur Abdeckung verwendet.

Drucks in ähnlicher Form bereits in [7] hergeleitet wurde.²⁰

Die Tragkraft, d. h. die Kraft, die zur Ablösung des Deckels aufgebracht werden muss, ergibt sich aus Gl. {11a} zu

$$\begin{aligned} |\vec{F}_T| &= A \cdot (p_{Luft} - p_i) \\ &= A \cdot \left(p_L \cdot \frac{\Delta l}{l'} - \rho \cdot g \cdot h' \right), \end{aligned} \quad \{12\}$$

wobei A wie in Abschnitt 2 die äußere Querschnittsfläche des Glases ist. Ohne die Ausbildung von Menisken ($p_{Luft} = p_i$) wäre $|\vec{F}_T| = 0$.

Aus Gl. {12} ergibt sich, dass $|\vec{F}_T|/A$ deutlich kleiner als die Differenz aus Luft- und Schweredruck, $p_{Luft} - \rho \cdot g \cdot h'$, sein kann, wenn die relative Änderung des Gasvolumens, $\Delta l/l'$, hinreichend klein ist. Da $\Delta l/l'$ selber vom Laplace-Druck abhängt, erlaubt Gl. {12} jedoch keine Voraussagen, was den Wert von $|\vec{F}_T|$ angeht bzw. ob und wie dieser vom eingeschlossenen Luftvolumen abhängt: Der Laplace-Druck hängt ja unter anderem von der dem Experimentator im allgemeinen unbekanntem Kapillarbrückenhöhe s ab (siehe Gl. {4}), deren Wert nicht unveränderlich sein muss. Allerdings zeigen direkte Messungen der Tragkraft an einem 20 cm hohen und mit einer Plexiglasplatte abgedeckten Messzylinder [7], dass $|\vec{F}_T|$ mit zunehmendem Lufteinschluss abnimmt.²¹ Erklären lässt sich dies dadurch, dass bei der oben diskutierten Volumenvergrößerung der eingeschlossenen Luft die Wassersäule um Δl nach unten gedrückt wird. Läuft das verdrängte Wasser nicht vollständig aus, sondern vergrößert sich der Randspalt um $\Delta s \leq \Delta l$, so sinkt der Betrag des Laplace-Drucks entsprechend (siehe Gl. {3, 4}).

Was hält nun das Wasser im Glas? Die Interpretation, es sei der Unterdruck in der vergrößerten Luftblase, ist zu einfach. Schließlich funktioniert das Experiment auch im Grenzfall des vollständig gefüllten Glases (siehe [1, 7, 8]) und in [7] war die gemessene Tragkraft dann sogar maximal (eingeschlossene Luft ist also nicht die Ursache des Effektes, sondern schwächt diesen ab). Für eine vollständige Füllung muss man entweder das Eindringen von Luftblasen beim Umdrehen so gut wie möglich verhindern [7, 8] oder von vornherein

völlig ausschließen, indem man den gleichen Endzustand nicht durch Umdrehen, sondern wie in Abb. 1b und c gezeigt präpariert (für den experimentellen Nachweis siehe [1]).

Ob Luft im Glas eingeschlossen ist oder nicht, es herrscht am unteren Ende der Wassersäule immer ein Druck $p_i \leq p_{Luft}$. Daher muss die Wassersäule weder von der unteren Abdeckung getragen (siehe Abschnitt 2.2) noch an ihrem oberen Ende durch irgendwelche zusätzlichen Kräfte gehalten werden. Gibt es Luftblasen, so ist deren Druck $p_i - \rho \cdot g \cdot h'$, d. h. er entspricht gerade dem Druck der Flüssigkeit am oberen Ende der Säule und ist damit selbstverständlich an den Druck p_i am unteren Ende oberhalb der Abdeckung gekoppelt: Die Differenz zwischen beiden ist durch den Schweredruck der Säule gegeben (siehe Abb. 10 unten). Ohne die Druckanpassung der eingeschlossenen Luft könnte das Experiment nicht funktionieren, aber das Gesetz von Boyle-Mariotte legt damit noch nicht die Tragkraft fest. Diese wird durch den Laplace-Druck und damit durch Adhäsionseffekte bestimmt.

Die in diesem Abschnitt durchgeführte Betrachtung behält ihre Gültigkeit auch für den Fall, dass beim Umdrehen die Abdeckung nicht richtig angedrückt wird, so dass Luftblasen eindringen. Das passiert bei Handversuchen oft, auch bei ursprünglich kompletter Füllung. Wir zeigen den Effekt im beigefügten Video „Großes Wasserglas mit eindringenden Luftblasen“, bei dem ein vollständig mit Wasser gefülltes und ca. 1 m hohes Gefäß abgedeckt und umgedreht wird (siehe Abb. 11). Aufsteigende Luftblasen sind deutlich zu erkennen, die Abdeckung hält aber und die Wassersäule bleibt erhalten. Auch hier entspricht der Endzustand dem in Abb. 10 unten Gezeigten: In der Gasblase stellt sich ein Druck $p_i - \rho \cdot g \cdot h'$ ein und der Laplace-Druck bestimmt die Tragkraft der Abdeckung.

²⁰ Siehe Gl. (5), (6) und Abb. 7 in [7]. Die dortige Auftragung ΔV_{gas} über V_{gas} entspricht der von Δl über l . Die äquivalente Umformung von Gl. {11a} lautet

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{(p_{Luft} - p_i + \rho g h')}{p_i - \rho g h'}$$

woraus sich für $p_i = p_{Luft}$ wieder die zu Gl. {11b} äquivalente untere Grenze ergibt.

²¹ Dies waren Experimente mit definierter Zugkraft an einem festen Deckel, bei denen für $|\vec{F}_T|/A$ nur Bruchteile des Luftdrucks erreicht wurden: Die Messwerte reichen von $|\vec{F}_T| \approx 2,3 \text{ N}$ bei vollständiger Füllung bis zu $|\vec{F}_T| \approx 0,1 \text{ N}$ bei großem Lufteinschluss (siehe Abb. 9 in [7]).

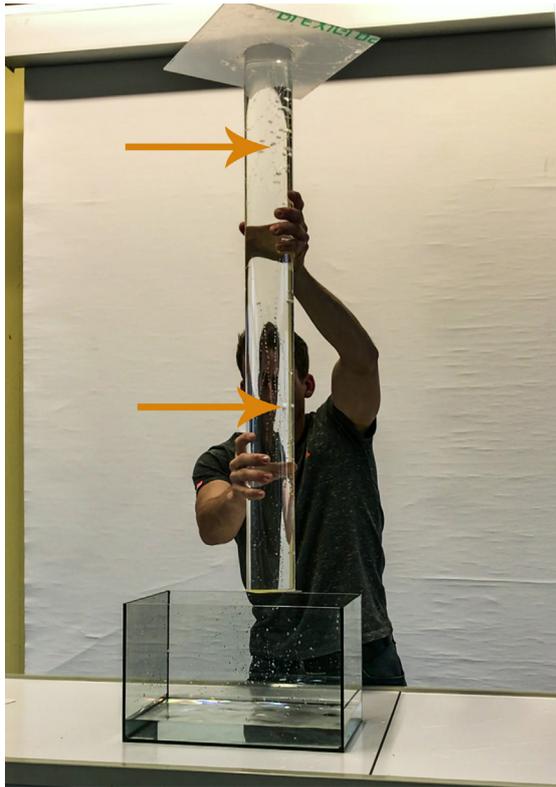


Abb. 11: Ein vollständig mit Wasser gefülltes, ca. 1 m hohes Gefäß wird abgedeckt und umgedreht. Dabei dringen Luftblasen ein und steigen auf (siehe Pfeile; besser ist dies im beigefügten Video „Großes Wasserglas mit eindringenden Luftblasen“ zu sehen). Der Endzustand entspricht dem in Abb. 10 unten, d. h. die eingeschlossene Luft befindet sich unter dem Druck $p_i - \rho \cdot g \cdot h'$, und unmittelbar oberhalb des Deckels herrscht der Druck p_i .

4. Zusammenfassung

Wir haben gezeigt, dass aufgrund der Druckverhältnisse das Gewicht der Wassersäule nicht auf der Abdeckung des umgedrehten Wasserglases lastet. Die Ausbildung gekrümmter Menisken im Randspalt und der sich daraus ergebende negative Laplace-Druck sind entscheidend dafür, dass sich die Abdeckung selbst im Gleichgewicht befindet. Allerdings ist der Druckabfall an der Grenzfläche zwischen Luft und Flüssigkeit zumeist sehr klein, insbesondere wenn man eine leichte flexible Abdeckung verwendet. Daher herrscht im Wasser unmittelbar über der Abdeckung ein Druck $p_i \approx p_{Luft}$, nicht jedoch der Schweredruck $\rho \cdot g \cdot H$. Geht es darum, die Druckverhältnisse in Flüssigkeitssäulen zu erarbeiten, so wie wir dies in einer Versuchsreihe für die Klassenstufe 8 getan haben [1], ist die Näherung $p_i \approx p_{Luft}$ gerechtfertigt. Interessiert man sich aber darüber hinaus für die Tragkraft der Abdeckung, so ist der genaue Wert des Laplace-Drucks, d. h. die Druckdifferenz $p_i - p_{Luft} < 0$, entscheidend. Allein aus dem Luftdruck oder aus Luft- und Schweredruck lässt sich die Tragkraft noch nicht einmal grob abschätzen.

5. Dem Beitrag beigefügte Medien

Video „Zahnstocher-Versuch.mp4“

Video „Großes Wasserglas mit eindringenden Luftblasen.mp4“

6. Literatur

- [1] Pelster, Rolf; Schön, Fabian; Klein, Thomas (2019): *Das umgedrehte Wasserglas – ein Irrweg im Physikunterricht? Fehlvorstellungen zum Druck und Anregungen für den Unterricht*. Physik und Didaktik in Schule und Hochschule PhyDid-A 1/18. S. 11-21
<http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid/article/view/917>
- [2] de Gennes, Pierre-Gilles; Brochard-Wyart, Françoise; Quéré, David (2004): *Capillarity and Wetting Phenomena: Drops, Bubbles, Pearls, Waves*, Springer-Verlag New York, ISBN 978-1-4419-1833-8, DOI 10.1007/978-0-387-21656-0
- [3] Butt, Hans-Jürgen; Graf, Karlheinz; Kappl, Michael (2013): *Physics and Chemistry of Interfaces*, Third, Revised and Enlarged Edition, WILEY-VCH Verlag & Co. KGaA, Weinheim, Germany, ISBN 978-3-527-41216-7
- [4] Lüders, K.; von Oppen, G. (2008): *Oberflächenspannung*. Kapitel 10.8 in *Bergmann Schaefer Physik, Lehrbuch der Experimentalphysik Band 1, Mechanik, Akustik, Wärme*. 12. Auflage. Berlin, New York: Walter de Gruyter. ISBN 978-3-11-019311-4
- [5] Meschede, Dieter (Hrsg.): *Oberflächen*. Kapitel 4.7 in: *Gerthsen Physik*, 25. Auflage (2015), Springer Verlag Berlin, ISBN 978-3-662-45976-8
- [6] Olsen, D. A.; Osteraas, A. J (1964): *The Critical Surface Tension of Glass*, The Journal of Physical Chemistry 68, No. 9, S. 2730-2732
- [7] Heithausen, Andreas; Arnolds, Konrad (2006): *Das umgedrehte Wasserglas – ein einfaches Experiment zur Untersuchung des Luftdrucks*, Physik und Didaktik in Schule und Hochschule PhyDid 2/5, S. 117-122,
<http://www.phydid.de/index.php/phydid/article/view/49>
- [8] Vollmer, Michael (2002): *Vakuumphysik im Alltag: Physikalische Freihand- und Low-cost-Experimente*, Physik und Didaktik in Schule und Hochschule PhyDid 1/1, S. 19-32,
<http://www.phydid.de/index.php/phydid/article/view/2>
- [9] Barrow, G. M. (1971): *Physikalische Chemie, Teil III: Mischphasenthermodynamik, Elektrochemie, Reaktionskinetik*, Bohmann, Vieweg, ISBN 3 528 03548 x
- [10] <http://www.chemie.de/lexikon/Aceton.html> (letzter Aufruf am 21.2.2019)

- [11] Bergmann-Schaefer (1974): *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Band I, *Mechanik, Akustik, Wärme*, 9. Verbesserte Auflage, Walter de Gruyter, Berlin, New York, ISBN 3 11 004861 2

Danksagung

Wir danken dem Fachleiter für Physik Andreas Wagner für den Hinweis auf den Zahnstocher-Versuch (Abb. 8).

Finanziell gefördert wurde die Arbeit im Rahmen der Qualitätsinitiative Lehrerbildung des BMBF (Projekt SaLUt, Teilprojekt „Frühzeitige Verknüpfung von Fachwissenschaft und Fachdidaktik in der Lehramtsausbildung der Physik“).

