

## Lichtspuren im Wasser

### Ein Experiment zum Verhältnis von Brechung und Hebung

Johannes Grebe-Ellis<sup>1\*</sup>, Florian Theilmann<sup>2\*</sup>, Matthias Rang<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Leuphana Universität Lüneburg, 21335 Lüneburg; <sup>2</sup> Universität Potsdam, 14415 Potsdam;

<sup>3</sup>Forschungsinstitut am Goetheanum, CH-4143 Dornach

\*Diese Autoren haben zu gleichen Teilen beigetragen.

(Eingegangen: 02.04.2009; Angenommen: 07.07.2009)

#### Kurzfassung

Es wird ein Experiment vorgestellt, das die “Brechung von Licht an Grenzflächen” von einer überraschenden Seite zeigt, indem es die dabei auftretenden Effekte im Phänomen verschränkt: “Strahlbrechung” und “Bildhebung” ergeben sich als konzeptionell verschiedene Perspektiven auf dem gleichen physikalischen Sachverhalt. Die Darstellung des komplementären Verhältnisses zwischen Beleuchtungs- und Sichtbeziehungen birgt nicht nur didaktisches Potential; sie legt nahe, das Brechungsgesetz als Beispiel für die Beziehung von Seh- und Tastraum zu lesen.

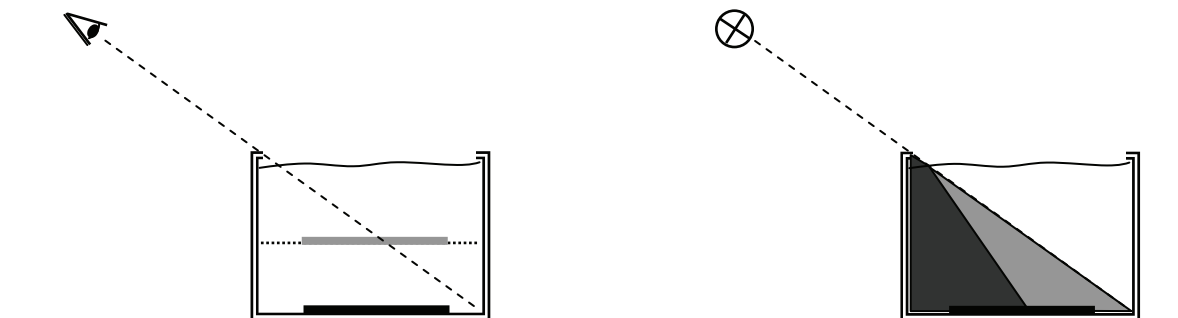
#### 1. Hebung und Brechung

Ob beim Versatz des Strohhalmes im Sprudelglas oder der unterschätzten Wassertiefe am Brunnentrog – dass dort, wo physikalisch Brechung von Licht im Spiel ist, Hebung *gesehen* wird, ist bekannt [1,2]. Weniger bekannt ist, wie weitgehend sich Brechung und Hebung als konzeptionell eigenständige Zugänge zu demselben physikalischen Sachverhalt systematisch ausformulieren lassen und welches didaktische Potential die Möglichkeit birgt, zwischen diesen Zugängen zu wechseln [3]. Ihre methodischen Eigenschaften und ihr gegenseitiger Bezug werden im Folgenden an dem einfachen und inzwischen klassischen “Eimerversuch” in Erinnerung gerufen. Die damit vorgestellten Beobachtungssituationen bilden zugleich die Vorstufe zu einem Experiment, dessen scheinbare Widersprüchlichkeit dadurch aufgelöst werden kann, dass man versteht, wie die genannten Perspektiven gleichzeitig wirksam sind, obwohl sie sich komplementär zueinander verhalten.

*Eingebunden: Hebung.* Im Eimerversuch stellen sich die Beobachter so, dass sie die am Boden des Eimers liegende Kachel gerade nicht sehen können. Nach und nach wird der Eimer mit Wasser gefüllt, und es wird deutlich: Je höher der Wasserspiegel, desto

mehr ist von der Kachel und dem Eimerboden zu sehen: Boden und Kachel erscheinen relativ zu ihrer tastbaren Lage gehoben (Abb. 1, links). Wie sich durch den Vergleich von tastbarer und gesehener Tiefe für *senkrechten* Einblick in den Eimer feststellen lässt, verhalten sich diese wie 4:3, womit im vorliegenden Fall das *Hebungsmaß* charakterisiert ist. Diesem entspricht in der abgelösten Perspektive die *Brechzahl*. *Eingebunden* wird die hier eingenommene Perspektive genannt, weil der Gesamtzusammenhang des Phänomens “Hebung” vom Standpunkt des Beobachters bzw. seinem Blickwinkel abhängt [4,5].

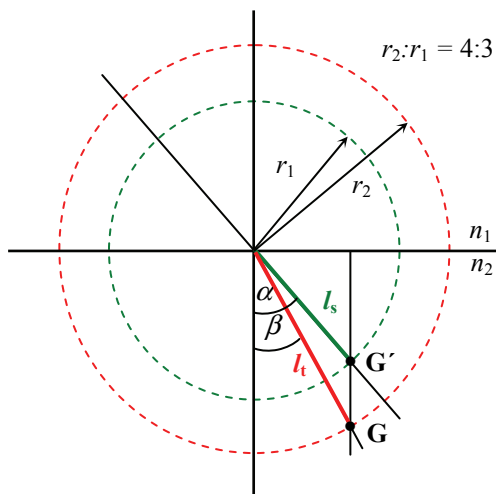
*Abgelöst: Brechung.* Nun wird der vorher geleerte Eimer so mit einer Lampe beleuchtet, dass der Boden gerade im Schatten liegt (Abb. 1, rechts). Damit die Schattenränder an der Innenwand des Eimers einigermaßen scharf sind, empfiehlt es sich, eine kleine Leuchte zu wählen. Wird nun der Eimer nach und nach gefüllt, so zieht sich der Bodenschatten mit jedem neu hinzukommenden Schwung Wasser immer mehr gegen den im Schatten liegenden Teil des Eimers zurück, bis etwa die Hälfte des vormals beschatteten Bodens beleuchtet ist. Je nach Beschaffenheit des Eimers kann man an der Außenwand



**Abb.1:** Der Eimerversuch in der eingebundenen Perspektive (links): Optische Hebung des Eimerbodens in Abhängigkeit vom Blickwinkel. Abgelöste Perspektive (rechts): An der Grenzfläche Luft-Wasser zum Lot hin abknickende Schattenkante.

sehen, wie die Schattenkante am Wasserspiegel nach unten abknickt. *Abgelöst* wird diese Perspektive genannt, weil der Phänomenzusammenhang "Brechung" nicht wie in der vorausgehenden Situation an den Beobachter gebunden, sondern unabhängig von diesem ist.

Dass es sich in beiden Fällen um denselben physikalischen Sachverhalt handelt, wird deutlich, wenn man sich klarmacht, dass der zweite Versuch aus dem ersten dadurch hervorgeht, dass man das Auge mit der Lampe vertauscht: Sichtbeziehungen (eingebunden) werden mit Beleuchtungsbeziehungen (abgelöst) identifiziert. Formal ergibt der Vergleich von Tast- und Sehwegen die Snellius'sche Formulierung des Brechungsgesetzes:  $l_t/l_s = n_2/n_1$  (Abb. 2).



G : Gegenstandspunkt G mit Tastweg  $l_t$   
 G' : Gehobenes Bild von G mit Sichtweg  $l_s$

$$l_t/l_s = \sin\alpha/\sin\beta = n_2/n_1 = 4:3$$

**Abb. 2:** Geometrische Deutung des Brechungsgesetzes nach Snellius als Regel für die Kopplung von Sicht- und Tastmaßen an einer optischen Grenzfläche (hier der Übergang Luft-Wasser mit  $n_2/n_1 = 4:3$ )

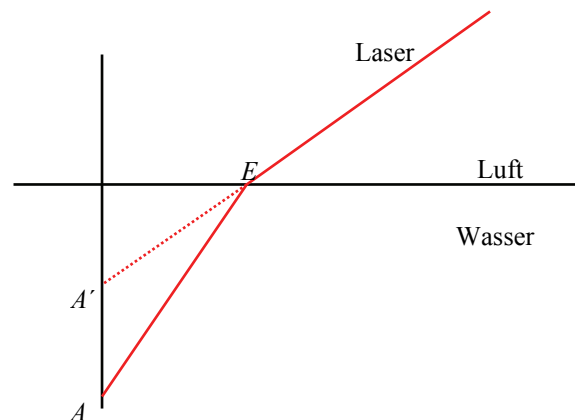
Eine genauere Analyse der Verhältnisse erfordert die Unterscheidung *sagittaler* und *meridionaler* Abbildungsbedingungen: Blickt man mit seitlich geneigtem Kopf durch die Wasseroberfläche ins Becken, so erscheint der Boden nicht lotrecht, sondern zum Beobachter hin gehoben. Die bei aufrechtem Blick horizontal nebeneinander angeordneten Augen befinden sich dann in unterschiedlichen Höhen über der Wasseroberfläche und durchblicken diese folglich unter verschiedenen Winkeln. Dadurch wird die Beobachtung von der Sagittalebene in die Meridionalebene verlagert. Man kann so den Astigmatismus der schrägen Abbildung durch die ebene Grenzfläche beobachten. Für Vertiefungen hierzu und allgemein zum Thema Hebung-Brechung sei auf entsprechende Literatur verwiesen [5-8].

Damit sind zum einen und in aller Kürze wesentliche Merkmale im Phänomenkontext „Hebung und Brechung“ vergegenwärtigt. Zum anderen wird ex-

emplarisch gezeigt, wodurch sich eingebundene und abgelöste Perspektive auszeichnen und wie die jeweiligen Beobachtungen aufeinander bezogen werden können.

Die Möglichkeit, diese Beziehung herzustellen, soll indessen nicht darüber hinwegtäuschen, dass den geometrischen Bedingungen von *Sicht* und *Licht* in Bezug auf die Beteiligung des Beobachters üblicherweise sehr unterschiedlich bewertete Versuchssituationen zugrunde liegen: subjektive und objektive. Und auch wenn man die Eigenständigkeit der Seherfahrung gegenüber der Tastwahrnehmung gelten lassen kann, so bleiben Hebung und Brechung auf phänomenaler Ebene doch mehr oder weniger unvermittelt nebeneinander stehen.

Im Folgenden wird ein Demonstrationsexperiment vorgestellt, in dem innerhalb *eines* optischen Aufbaus Hebung und Brechung als konkrete und gewissermaßen komplementäre Aspekte des gleichen Sachverhaltes gleichzeitig wirksam sind – mit anderen Worten: ein "objektives Experiment" zur Hebung.



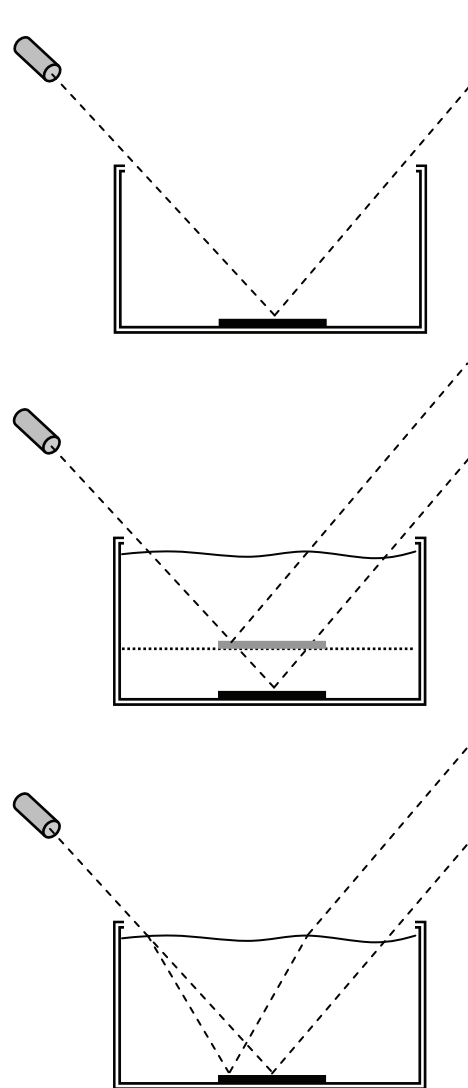
**Abb. 3:** Oben: Ein zum Laserstrahl paralleler Zeigestab erscheint unter Wasser geknickt, die Lichtspur geht jedoch scheinbar gerade weiter. Unten: Damit die Lichtspur gerade erscheint, muss der Spurpunkt A an der Stelle A' gesehen werden.

## 2. Ein optisches Puzzle

Der oben beschriebene Eimerversuch wird zunächst modifiziert, indem als Lichtquelle ein Laser verwendet wird, der den Boden eines leeren Wasserbeckens beleuchtet. Wird nun Wasser in das Becken gefüllt, so kann man Folgendes beobachten: Die Lichtspur des ins Wasser gerichteten Laserstrahls *erscheint an der Wasseroberfläche nicht gebrochen* (Abb. 3). Es sieht so aus, als würde das Licht seinen Weg ins Wasser hinein einfach fortsetzen. Das Konzept der Hebung – *gerade Lichtwege und entsprechend veränderte Tasträumegeometrie* – erscheint damit im Experiment (vgl. auch Abb. 4, mitte). Hier liegt ein spannendes Moment produktiver Verunsicherung. Verschiedene Hypothesen mögen ins Spiel kommen. Es lohnt sich indessen auch, noch genauer hinzuschauen: Verfolgt man nämlich den Verlauf einer zum Lichtweg in Luft parallelen Stange unter die Grenzfläche, so zeigt diese durchaus den charakteristischen Knick nach oben (vgl. Abb. 3). Der Punkt an der Stelle, die der Laser auf dem Boden des Wasserbeckens beleuchtet, befindet sich im Verhältnis dazu näher an der “Eintauchstelle” der Lichtspur. Die Lichtspur folgt demnach – obwohl sie gerade aussieht – nicht der von der Stange markierten “Tastgerade”, sondern sie ist (qualitativ) genau so geknickt, wie es in Abbildung 4 unten gezeigt ist. Mit anderen Worten: *Der eingetauchte Teil der geraden Stange erscheint nach oben geknickt; die Lichtspur ist nach unten geknickt und erscheint gerade*.

Warum sieht die geknickte Lichtspur dennoch gerade aus? In Abbildung 3 unten ist die Situation skizziert: Die Lichtspur verläuft in Luft und im optisch dichten Medium jeweils geradlinig. Damit die Lichtspur EA unter Wasser als Verlängerung der Lichtspur an Luft erscheint, muss sie für den Beobachter entlang der gestrichelten Linie EA' verlaufen. Der Beobachter betrachtet diesen Teil der Spur dabei ebenfalls vom Luftraum aus, so dass er die Spur selbst wiederum gehoben sieht. Damit der Lichtspurpunkt A an der Stelle A' (in der Verlängerung der Laserspur in Luft) gesehen wird, muss er entsprechend stark gehoben erscheinen – also die Sichtverbindung zwischen Beobachter und Spurpunkt A an der Wasseroberfläche einen Knick um denselben Winkel erfahren, wie die Lichtspur des Laserstrahls. Das bedeutet, dass wir durch die Wasseroberfläche den Punkt A am Ort A' sehen, wenn unser Einblickswinkel gerade der Einfallswinkel des Lasers ist. Diese Aussage gilt auch dann, wenn der Beobachterstandpunkt nicht in der durch einfallenden und reflektierten Laserstrahl definierten Ebene liegt, es interessiert nur der Winkel zur Normalen der Wasseroberfläche. Wenn diese Bedingung etwa bei deutlich flacherem Einblick nicht mehr erfüllt ist, zeigen sich auch deutliche Abweichungen in den Richtungen der Lichtspuren über und unter Wasser. Eine detailliertere Analyse zeigt, dass diese Bedingung bei deutlich flacherem Einblick nicht mehr

ausreicht, aber auch, dass der Effekt gegen kleine Winkelabweichungen recht stabil ist. Mit anderen Worten: Das Abknicken der Lichtspur nach unten (abgelöster Modus) und ihre optische Hebung (eingebundener Modus) gleichen sich (in etwa) aus – sofern Laserbeleuchtung und Beobachtung unter ähnlichem Winkel erfolgen.



**Abb. 4:** Die Sicht- und Beleuchtungsgeometrie am leeren und gefüllten Wasserbecken. Oben: Beleuchtung der Spiegelkachel mit dem Laser. Der Reflex auf dem Lineal gegenüber wird als Positionsmarke für die Lage der Kachel betrachtet. Mitte: Eingebundene Perspektive. Die vertikale Verschiebung des Reflexes durch die optische Hebung der Spiegelkachel. Unten: Abgelöste Perspektive. Die vertikale Verschiebung des Reflexes durch Abknicken der Beleuchtungsrichtung an der Grenzfläche Luft-Wasser.

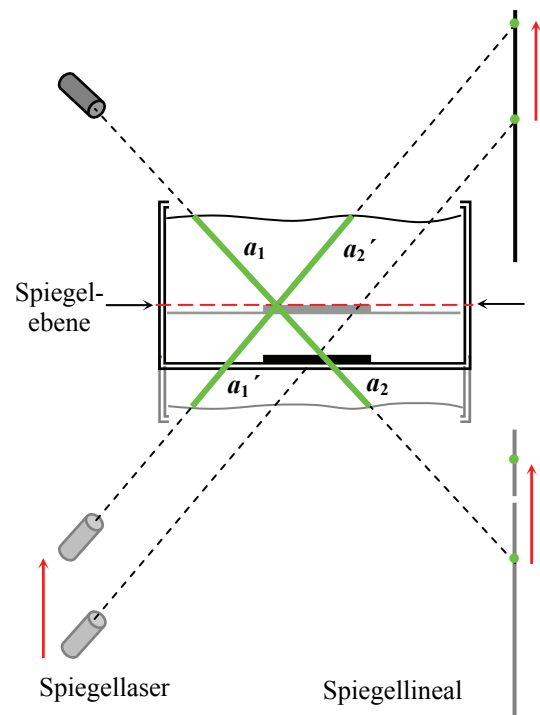
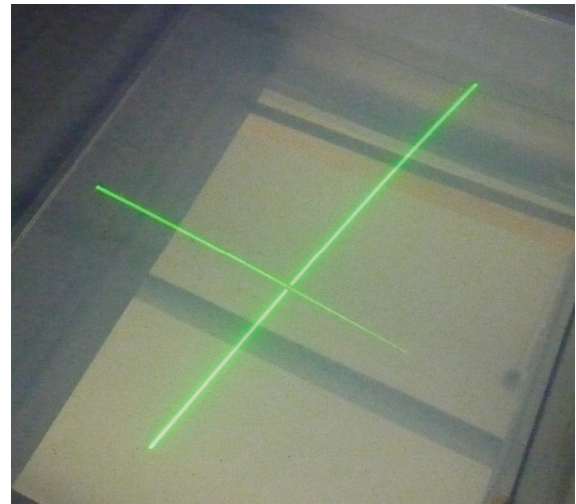
## 3. Der erweiterte Versuchsaufbau – Spiegelungen

Die Grundidee des objektiven Hebungsexperiments, das nun im Folgenden beschrieben wird, besteht darin, eine Situation zu präparieren, in der sich die Hebung eines unter Wasser befindlichen Spiegels auf das Spiegelbild auswirkt. Der oben beschriebene

Aufbau wird dazu um eine auf dem Boden des Wasserbeckens planparallel zur Wasseroberfläche justierte Spiegelkachel erweitert. Diese wird von schräg oben mit dem Laser beleuchtet (Abb. 4, oben). Der Reflex wird an der gegenüberliegenden Seite mit einem Tafellineal aufgefangen. Der Einfachheit halber wird die Geometrie des Aufbaus *symmetrisch* eingerichtet, so dass der Laser bei leerem Becken in der Mitte des Beckens auf den Spiegel trifft. Füllt man nun das Becken wieder mit Wasser, so erscheint der Boden und mit ihm die Spiegelkachel zunehmend gehoben; gleichzeitig wandert der Leuchtfleck auf dem Tafellineal nach oben (Abb. 4, mitte). Abbildung 4 unten zeigt den ungestörten und gebrochenen Strahlverlauf für leeres und volles Becken gemäß der abgelösten Perspektive (vgl. Abb. 1, rechts).<sup>1</sup>

Ein zweiter Blick ins Becken führt allerdings zu irritierenden Beobachtungen. Vergisst man für einen Moment, wie das Experiment eingerichtet wurde und betrachtet den Spiegel als Fenster in einen unterhalb des Beckenbodens liegenden Spiegelraum, so beleuchtet der Laser das "Spiegellineal", während der "Spiegellaser" aus dem Spiegelraum von unter dem Becken nach schräg oben auf das Lineal leuchtet, dem man gegenübersteht (Abb. 5, unten). Trübt man das Wasser etwas an (z. B. mit Schmierseife) so zeigt sich nicht, wie man vielleicht erwarten würde, eine einfache geknickte Lichtspur, sondern ein *Lichtspurenkreuz*, dessen Äste unterschiedlich hell sind (Abb. 5, oben). Überraschenderweise liegen die Helligkeitsunterschiede aber nicht symmetrisch zum Spiegel, sondern die vom "Spiegellaser" ausgehende, von links unten nach rechts oben gerichtete Spur  $a'$  ist deutlich heller als die vom Laser ausgehende, abwärts gerichtete Spur  $a$ . Die Schwierigkeit, die sich dadurch für die Zuordnung der gespiegelten Spurlängfen  $a_1'$  und  $a_2$  zu ihren Urbildern  $a_1$  und  $a_2'$  ergeben, löst sich erst auf, wenn man berücksichtigt, dass die Spur  $a'$  ihre Helligkeit aus der Vorwärtsstreuung,  $a$  dagegen aus der Rückwärtsstreuung bezieht.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Zu beachten ist hier, dass in den Abbildungen 1, 4, 5 und 6 vereinfachend der ganze Boden parallel zu seiner Tastlage gehoben dargestellt ist, obwohl das dargestellte Hebungsmaß streng genommen nur für den jeweils angegebenen Blick- bzw. Beleuchtungswinkel gültig ist (Abb. 2): Der Einblick ins Becken von einem gegebenen Standpunkt zeigt ja gerade einen je nach Einblickwinkel *unterschiedlich* stark gehobenen Boden. Wird dementsprechend der Laser verdreht, so ändert sich die Hebung des Spiegels entsprechend dem jeweils neuen Winkel. Da das Laserlicht als annähernd parallel angesehen werden kann, realisiert der Laser immer nur *ein* Hebungsmaß der Spiegelkachel. Vom Standpunkt der eingebundenen Perspektive entspricht dem Laser ein Beobachterstandort im Unendlichen. Ein solcher Beobachter würde in der Tat den ganzen Spiegel einheitlich und planparallel gehoben sehen.



**Abb. 5:** Das Lichtspurenkreuz. Oben: Das Lichtspurenkreuz bei Beleuchtung der Spiegelkachel mit einem grünen Diodenlaser und einer Füllhöhe von 20 cm. Unten: Die Geometrie der Sichtverhältnisse. Die Spurlängen  $a$  und  $a'$  werden begrenzt durch den spiegelungsbedingt verdoppelt gesehenen Füllstand des Wasserbeckens, der gegenüber der tastbaren Wassertiefe außerdem noch hebungsbedingt abgeflacht erscheint.

<sup>2</sup> Für sehr kleine Schwebeteilchen (Durchmesser klein gegen die Wellenlänge) ergeben sich in Vorwärts- und Rückwärtsstreuung nahezu gleiche Intensitäten (Rayleigh-Streuung). Die Streuung an größeren Schwebeteilchen wird durch die allgemeinere Mie-Theorie beschrieben. Das Streudiagramm hängt dann stark vom Brechungsindex und der Partikelgröße ab, zeigt aber für den Streuwinkel von 0 Grad hohe Intensität, während die Intensitäten in anderen Streuwinkeln für verschiedene Teilchen stark schwanken und bei verschiedenen Winkeln Minima durchlaufen [9].

#### 4. Quantitative Diskussion

Als Messgrößen sind bei gegebener Beleuchtungsgeometrie die Wasserhöhe  $H$  und die vertikale Verschiebung des Reflexes  $\Delta$  in Abhängigkeit vom Wasserstand zugänglich. Abbildung 6 oben zeigt die Situation: Die Verschiebung  $\Delta$  des Reflexes nach oben ist gerade doppelt so groß wie die Hebung  $\delta$  des Spiegels – in diesem Sinn kann man die Hebung also *messen*. Um die Verschiebung des Reflexes mit dem Wasserstand zu korrelieren, wird anstelle der aufgebauten Situation der Strahlengang des “Spiegel-lasers” zugrunde gelegt. Anstatt den reflektierten Lichtweg zu diskutieren, betrachten wir den Reflex als die Stelle, die durch eine entsprechend dicke Wasserschicht (z. B. in einem Aquarium) vom Spiegel-laser beleuchtet wird (Abb. 5). In Abbildung 5 wird, wenn sich der Spiegel um  $\delta$  hebt, der Spiegel-laser um  $\Delta = 2\delta$  gehoben. Entsprechend verringert sich die *spiegelungsbedingte* Schichtdicke des Wassers von  $2H$  bei der Füllhöhe  $H$  *hebungsbedingt* um  $\Delta = 2\delta$  auf  $2(H - \delta)$ .

Die Winkel des Lichtwegs an Luft ( $\alpha$ ) und in Wasser ( $\beta$ ) sind über das Brechungsgesetz miteinander verknüpft (Abb. 6). Für die abknickende Lichtspur im Medium gilt  $\tan\beta = s/2H$  bzw.  $2H = s/\tan\beta$ . Die analoge Überlegung für die ungestörte Lichtspur liefert  $\Delta = s/\tan\beta - s/\tan\alpha$ . Setzt man noch  $s = 2H \tan\beta$  ein, ergibt sich  $\Delta = 2H(1 - \tan\beta/\tan\alpha)$ . Bei gemessenen Werten für  $\alpha$  von ca.  $35^\circ$  und einem Wasserstand von ca. 15 cm liefert diese Formel für  $n = 1,33$  einen Winkel  $\beta$  von rund  $25,5^\circ$  und eine Reflexverschiebung von etwa 10 cm – was gut mit der Messung übereinstimmt (Abb. 8). Die Reflexverschiebung  $\Delta$  und der Wasserstand  $H$  hängen trotz der im Einzelnen nicht-linearen Beziehungen der Größen untereinander über eine lineare Funktion zusammen. In Abbildung 6 lässt sich dies direkt ablesen: Bei gegebenen Winkeln ist  $s$  proportional zu  $H$  – und wiederum proportional zu  $s$ .

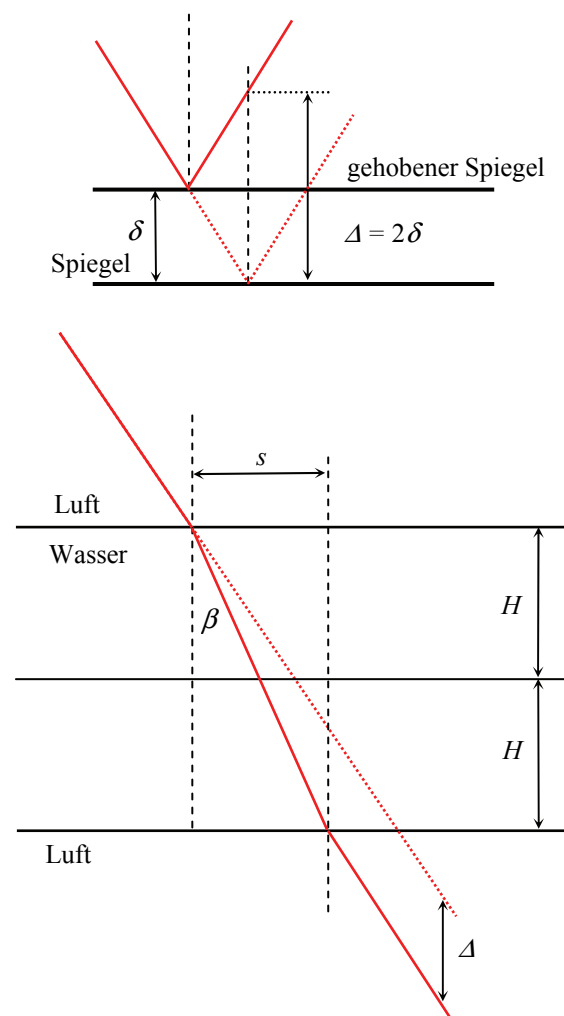
Aus der vorangehenden Betrachtung ergibt sich  $\tan\beta/\tan\alpha = (H - \delta)/H = (2H - \Delta)/(2H)$ . Formal ist dieser Ausdruck dem Snellius’schen Gesetz ähnlich und stellt insofern eine Zusammenfassung der vorliegenden Verhältnisse dar. Die Tangensfunktionen der Winkel, welche die abgelöste Betrachtung charakterisieren, verhalten sich zueinander wie die gehobene Spiegelkachel zur messbaren Wassertiefe im Becken bzw. wie der gehobene Spiegellaser zum ungehobenen. Daraus ergibt sich auch in der quantitativen Diskussion eine Äquivalenz der unterschiedlichen Betrachtungsweisen.

#### 5. Schluss

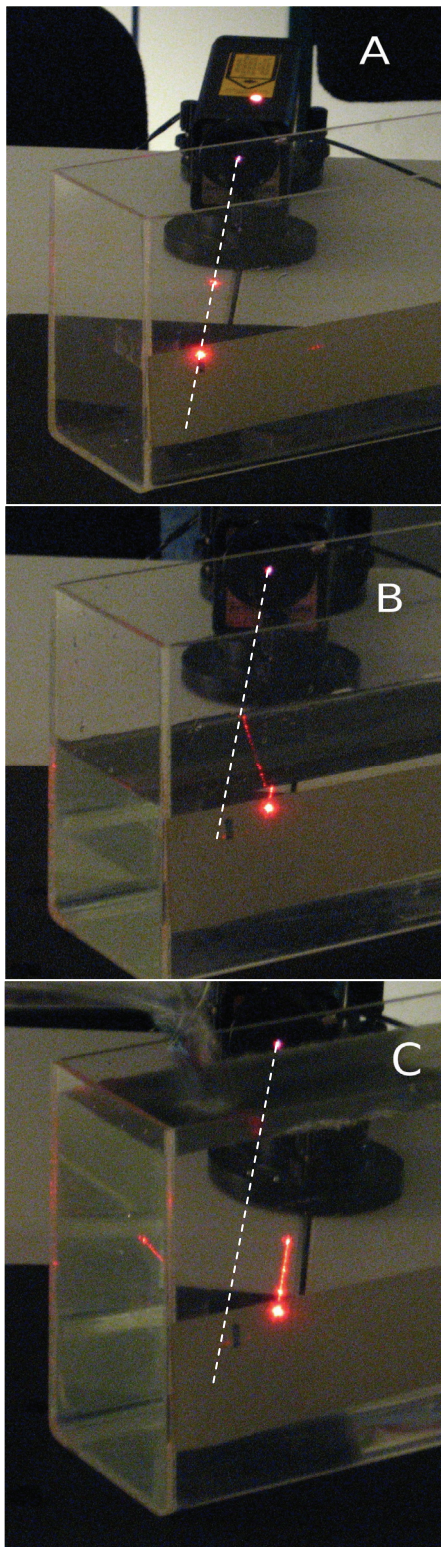
Das geschilderte “objektive” Hebungsexperiment bietet Gelegenheit, den Themenkomplex “Brechung” auf vielseitige und vertiefende Art kennen zu lernen und zu diskutieren. Der Effekt wird abgelöst von der Seherfahrung als relevanter quantitativer

Faktor innerhalb eines einfachen Abbildungsexperimentes darstellbar. Und zugleich bleibt deutlich, dass Beleuchtungs- und Sichtgeometrie verwandte Aspekte von Licht sind. Mit dem Experiment wird gezeigt, wie sich die eingebundene Perspektive des Beobachters auf “gehobene Verhältnisse” objektiviert, wenn berücksichtigt wird, dass die gehobene Lagegeometrie des optischen Arrangements auch Beleuchtung vermittelt: nicht nur die Ansicht wird gehoben, auch die Abbildung.

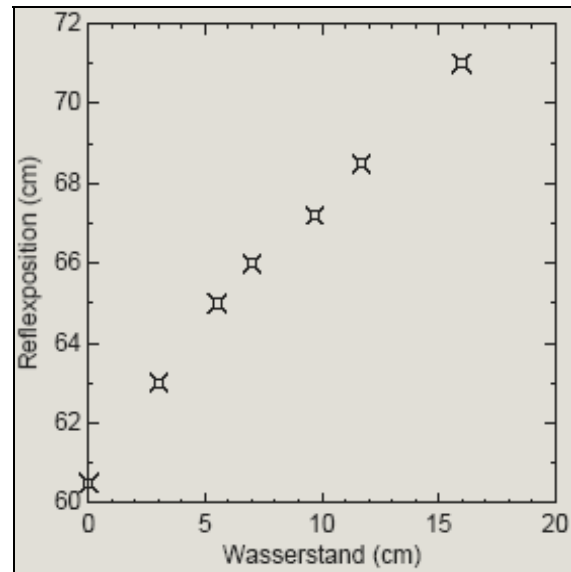
Diese Einsicht ist spannend, weil sie sich der üblichen Bevorzugung einer räumlich-geometrischen Lesart der Lageverhältnisse im Tastraum gegenüber den “scheinbaren” optischen Verhältnissen zunächst widersetzt. Die dabei auftretenden Widersprüche sind auflösbar, das zentrale Motiv des Experimentes ist damit aber nicht verschwunden: Optisch dichte Medien vermitteln Sicht- und Beleuchtungsverhältnisse auf eine für uns “In-Luft-Seher” ungewohnte und oft überraschende Weise.



**Abb. 6:** Zur Geometrie des Versuchs: Oben die Hebung  $\Delta$  des Reflexes in Abhängigkeit von der Hebung  $\delta$  des Spiegels. Unten die Hebung des Reflexes  $\Delta$  in Abhängigkeit von der Dicke der Wasserschicht  $H$ .



**Abb. 7:** Ergänzung I. Dokumentation der Lichtspuren beim Durchleuchten eines Wasserbeckens mit einem Laser. Die Strahlrichtung in Luft ist weiß gestrichelt: A) Leeres Becken, B) "gebrochene" Lichtspur (durch die Wasseroberfläche gesehen!), C) scheinbar gerade Lichtspur im vollen Becken – dieselbe Physik, die oben als "Hebung" gelesen wurde, führt hier zu einem seitlichen Versatz der Sicht durch das Becken.



**Abb. 8:** Ergänzung II. Darstellung eines am Lineal (vgl. Abb. 4 und 5) abgelesenen Datensatzes "Reflexposition gegen Wasserstand", die den linearen Zusammenhang zeigt.

## 6. Literatur

- [1] Bergmann Schaefer (2004): *Optik. Lehrbuch der Experimentalphysik*, Bd. 3. Berlin: Walter de Gruyter
- [2] Minnaert, M. (1999): *Light and Colour in the Outdoors*. New York: Springer
- [3] Duit, R., Häußler, P., Mikelskis, H. & Westphal, W. (1995): *Physik – Um die Welt zu begreifen. (Jahrgangsstufe 7/8)*. Frankfurt am Main: Diesterweg
- [4] Maier G. (1993): *Optik der Bilder*. Dürnau: Kooperative Dürnau
- [5] Dittmann, H., Schneider, W. B. (1989): *Mit dem Computer ins Aquarium geschaut*. In: Schneider, W. B. (Hrsg.): *Wege in der Physikdidaktik. Sammlung aktueller Beiträge aus der physikdidaktischen Forschung*, Bd. 1. Erlangen: Palm & Enke, S. 226-236
- [6] Nassar, A. B. (1994): *Apparent Depth*. In: *The Physics Teacher* 32, Nr. 9, S. 526-529
- [7] Grebe-Ellis, J., Sommer, W. & Vogt, J. (2002): *Abituraufgaben zur Hebung, Beugung und Polarisation*. Kassel: Pädagogische Forschungsstelle
- [8] PhenOpt Lernsoftware (1995): [http://www.uni-potsdam.de/u/physik/didaktik/homepage/mik1.htm/index.php?article\\_id=34&clang=0?87,43](http://www.uni-potsdam.de/u/physik/didaktik/homepage/mik1.htm/index.php?article_id=34&clang=0?87,43),
- [9] Hulst, H. C. Van de (1981): *Light Scattering by Small Particles*. New York: Dover, S. 114-128