

## Zur Physik des Saughebers: Missverständnisse und fachliche Klarstellungen

**Rolf Pelster, Fabian Schön**

Universität des Saarlandes, FR Physik, Campus E2 6, 66123 Saarbrücken

[rolf.pelster@mx.uni-saarland.de](mailto:rolf.pelster@mx.uni-saarland.de), [studrschoen@gmx.de](mailto:studrschoen@gmx.de)

(Eingegangen: 19.12.2017; Angenommen: 26.04.2018)

### Kurzfassung

Der Saug- oder Winkelheber wird im Allgemeinen so verkürzt erklärt, dass die eigentliche Ursache für den Flüssigkeitstransport unklar bleibt und sogar Fehlvorstellungen geweckt oder verstärkt werden. Diese betreffen u. a. den Druck, dessen Variation allein nicht hinreichend ist, um Strömungen anzutreiben. Die entscheidende physikalische Größe zur Beschreibung ist die potenzielle Energie eines Massen- oder Volumenelementes: Zur Energiedichte tragen sowohl der Schweredruck als auch die Lageenergie pro Volumen bei. Obwohl die Flüssigkeit räumlich über den Rand eines höher gelegenen Gefäßes angehoben wird und in ein niedriger gelegenes strömt, nimmt ihre potenzielle Energie aufgrund innerer Reibung dabei kontinuierlich ab bzw. bleibt im Grenzfall idealer Flüssigkeiten konstant. Dies gilt gleichermaßen für Gase, die sich auch mit einem Heber transportieren lassen. Die Vorstellung, Kohäsionskräfte seien nötig, um das stärkere „Ziehen“ der Schwerkraft an der Fluidsäule im längeren Heberarm auf die Fluidsäule im kürzeren Heberarm zu übertragen, ist irreführend. Wir zeigen, wie die Funktionsweise des Saughebers bereits auf dem Niveau einer universitären Erstsemestervorlesung vermittelt werden kann. Diese Darstellung kann Lehrerinnen und Lehrern auch als Grundlage für die Erarbeitung einer geeigneten Elementarisierung im Rahmen der Schulphysik dienen.

### Abstract

In general, the operation of a siphon is explained in such a reduced way that the physical origin of the liquid flow remains vague. This may reinforce or even stimulate misconceptions, inter alia with respect to the pressure, a variation of which is not a sufficient condition to create liquid flow. The decisive physical quantity to consider is the potential energy of a mass or volume element: the energy density is the sum of gravitational pressure and gravitational potential energy per volume. Although the flowing liquid rises above the boundary of an upper container and then descends into a lower container, its potential energy is continuously decreasing on its way through the tube (viscid flow) or remains constant (inviscid flow). This is also true for gases which can be transported using a siphon. Therefore, the conception of “pulling”, i. e. of gravitational forces acting on the falling portion of the fluid and transmitted on the rising part by cohesive forces, is misleading. The explanation we present requires previous knowledge on the level of a physics lecture for undergraduate students. As a scientific background, it may also be of use for teachers trying to elaborate a lesson on a less demanding level.

### 1. Einleitung

Die Verwendung eines Saughebers, auch Winkelheber oder kurz Heber genannt, ist eine der ältesten Methoden, um eine Flüssigkeit über eine höher stehende Gefäßwand in einen anderen tiefer gelegenen Behälter zu transportieren (siehe Abb. 1). Thematisch ist die zugrunde liegende Physik dem Teilgebiet „Mechanik der Fluide“ zuzuordnen, das in experimentalphysikalischen Erstsemestervorlesungen behandelt wird (Hydrostatik und Hydrodynamik) bzw. in stark reduzierter Form im Rahmen der Schulphysik der Klasse 8 (s. u.). Man sollte daher erwarten, bei der Aufarbeitung für eine Vorlesung oder den Unterricht nicht auf allzu große Schwierigkeiten zu

stoßen. Überraschenderweise sehen sich die Lehrenden beim Studium der Literatur jedoch mit einer Vielzahl verwirrender und widersprüchlicher physikalischer Erklärungen konfrontiert – kein guter Ausgangspunkt im weiteren Bemühen um eine fachgerechte Elementarisierung:

Bereits 1905 wurde in fachdidaktischen Artikeln über die Funktion des Saughebers diskutiert [1-3] und seltsamerweise setzt sich der Disput mit ähnlichen Argumenten bis heute fort, wie eine Vielzahl von fachdidaktischen und experimentalphysikalischen Publikationen auch aus jüngerer Zeit belegt (siehe [4-11] sowie die Übersicht in [12]). Gestritten wird u. a. darüber, ob die Strömung druck- oder

schwerkraftgetrieben ist und ob Kohäsionskräfte eine Rolle spielen, wobei die Begrifflichkeiten nicht immer präzise gebraucht werden. Lesenswert sind einige Artikel u. a. aufgrund sehr schöner Experimente zur maximalen Heberhöhe bzw. zum Betrieb des Hebers bei Annäherung an Vakuum-Bedingungen [7, 9, 11]. Der Deutungsstreit ist umso erstaunlicher, als dass die Beschreibung ruhender und strömender Fluide ein seit langem etabliertes und gut verstandenes Teilgebiet der Physik ist, dessen Grundlagen auch in Standardlehrbüchern der Experimentalphysik behandelt werden [13-17]. Volumenelemente einer Flüssigkeit bewegen sich aufgrund wirkender Kräfte, zu denen Gravitation, Druckgradienten und Reibung beitragen. Dieser fachliche Hintergrund schlägt sich in seiner allgemeinsten Form in der Navier-Stokes-Gleichung nieder [13-15]. Jedoch ist ein Rückgriff auf diese hochkomplexe und äußerst abstrakte quantitativ-mathematische Darstellung angesichts des naturgemäß begrenzten Vorwissens im ersten Semester nicht angebracht (und in der Schule schlicht unmöglich).

Seltenerweise scheint es für die konkrete Erläuterung einer einfachen wie praktischen Alltagsanwendung keine zufriedenstellenden Elementarisierungen zu geben. Der Heber taucht vereinzelt in Lehrbüchern der Experimentalphysik auf [19-21], in aktuellen Versuchsbeschreibungen für den Physikunterricht [22, 23], in älteren Schulbüchern [24-27] sowie in aktuellen Physik-Lehrplänen für die Klassenstufe 8 [28] – jedoch überall thematisch falsch eingeordnet und zumindest unvollständig erklärt. Auf die Unzulänglichkeiten der am weitesten verbreiteten Argumentationslinien werden wir weiter unten noch eingehen.

Ziel des Artikels ist zu zeigen, wie man die Funktionsweise des Saughebers bereits auf dem Niveau einer universitären Erstsemestervorlesung fachgerecht vermitteln kann und auf welche inhaltlichen und begrifflichen Fallstricke man achten muss, um Missverständnisse zu vermeiden. Ausgehend von dem Vorwissen, das den Studierenden typischerweise im Laufe einer Experimentalphysik-Vorlesung vermittelt wird – Schwerkraft, Schweredruck, Auftrieb, Energie – fußt diese Elementarisierung im Wesentlichen auf dem Konzept der Energieerhaltung.

Zielgruppe sind damit zum einen Hochschuldozentinnen und -dozenten. Zum anderen kann die Darstellung auch Lehrerinnen, Lehrern und Lehramtsstudierenden als Grundlage für eine Sachanalyse dienen und dazu beitragen, Unsicherheiten und Zweifel auszuräumen. In einem nachfolgenden Artikel werden wir uns u. a. damit befassen, wie eine Elementarisierung für den Schulunterricht aussehen könnte.

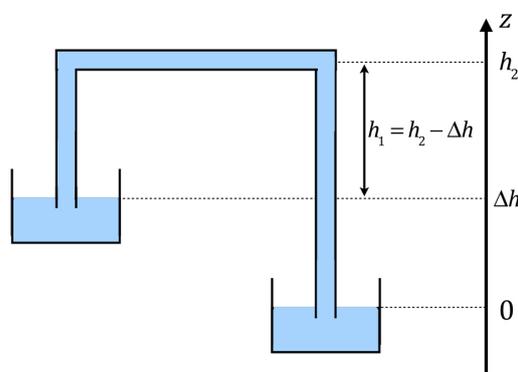
## Gliederung und Hinweise für den Leser:

Wir beginnen mit einer Beschreibung der am weitesten verbreiteten Argumentationslinien und begründen, weshalb wir diese für unzureichend erachten (Kapitel 2). Den Kern des Artikels bilden die Kapitel 3 und 4 über den abgesperrten bzw. den geöffneten Saugheber. Es ist bereits möglich, die Funktionsweise zu verstehen, wenn man sich auf den einfacheren statischen Fall beschränkt und den Strömungsfall in Kapitel 4 als optionale Ergänzung betrachtet.<sup>1</sup> Kapitel 5 und 6 hingegen sind weiterführende Vertiefungen des Themas, die vom Leser gegebenenfalls übersprungen werden können. In Kapitel 5 gehen wir auf die Grenzen des Flüssigkeitstransports ein, die in der oben zitierten Literatur diskutiert werden. Es ist uns wichtig zu zeigen, dass sie im Einklang mit der vorgenommenen Elementarisierung sind. In Kapitel 6 erläutern wir Tragfähigkeit und Grenzen verschiedener Analogien, zu denen auch das in der Literatur so häufig angeführte Kettenmodell gehört.

## 2. Probleme der am weitesten verbreiteten Argumentationslinien

### 2.1. Benennung eines falschen Funktionsprinzips: Luft- und Schweredruck als vermeintlicher Strömungsantrieb

In Hochschullehrbüchern [19], Schulbüchern [24-27], Versuchsbeschreibungen und auf Internetseiten für den Physikunterricht [22, 23] sowie im aktuellen saarländischen Lehrplan für Gymnasien (Klassenstufe 8) [28] wird der Heber in den Themenbereich „Druck, Schweredruck, Luftdruck“ eingeordnet.



**Abb. 1:** Typische Darstellung eines Saughebers. Würde dieser durch eine Membran im oberen horizontalen Teilstück abgesperrt (hier wie in den meisten Darstellungen nicht eingezeichnet, siehe Text), so wäre der statische Druck auf der Höhe  $z = h_2$  links von der Membran  $p_{\text{links}} = p_{\text{Luft}} - \rho \cdot g \cdot h_1$ , rechts davon hingegen  $p_{\text{rechts}} = p_{\text{Luft}} - \rho \cdot g \cdot h_2$ , sodass sich ein Druckabfall  $p_{\text{links}} - p_{\text{rechts}} = \rho \cdot g \cdot \Delta h$  ergäbe. Im Strömungsfall ändern sich die Druckverhältnisse.

<sup>1</sup> Der Strömungsfall kann gegebenenfalls kurz und ohne Rechnung durch einen qualitativen Vergleich der Abb. 6 und 9 besprochen werden.

Beispielsweise findet er sich in [19] im Kapitel „Schweredruck in Gasen“ unter der Überschrift „Wirkungen des Luftdrucks“, zudem eingeleitet durch den Satz<sup>2</sup>: „Auch der viel verwendete Heber beruht auf dem Zusammenwirken von Luftdruck ... und Schweredruck in einer Flüssigkeit“. Dies ist die Konsequenz einer Beschränkung der Argumentation auf die Teilgröße Druck:

Typischerweise wird verkürzt über die Druckverhältnisse an ein oder zwei Stellen des Hebers argumentiert. Beispielsweise wird in [19, 20, 23-27] der Druck im höchsten Teilstück des Hebers betrachtet. Da dieser auf der einen Seite größer als auf der anderen sei (siehe Abb. 1 mit  $p_{\text{links}} = p_{\text{Luft}} - \rho \cdot g \cdot h_1 > p_{\text{rechts}} = p_{\text{Luft}} - \rho \cdot g \cdot h_2$ ), ergebe sich so eine Druckdifferenz  $\rho \cdot g \cdot \Delta h$ . In [22] sowie auch auf Internetseiten wie [29, 30] wird hingegen der jeweilige Druck an den Enden des Hebers betrachtet. Bei all diesen Darstellungen fällt die Vermischung der Betrachtung ruhender und strömender Flüssigkeiten ins Auge: Es wird mit dem statischen Druck argumentiert, obwohl der Strömungsfall betrachtet wird (in Abbildungen wird i. a. der geöffnete Heber gezeigt).<sup>3</sup> Die angegebenen Druckwerte sind jedoch nur dann korrekt, wenn der Heber an bestimmten Stellen abgesperrt wird; diese werden aber nicht weiter spezifiziert<sup>4</sup> (in Abb. 1 müsste die Absperzung im horizontalen Teilstück erfolgen). Im Strömungsfall ändert sich hingegen der Druckverlauf und es entfällt insbesondere der obengenannte Druckabfall (s. u.). Abgesehen von dieser Ungenauigkeit in der Darstellung, die sich einfach korrigieren ließe, ist es irreführend, lediglich den Druck zu betrachten, egal ob man sich nun auf den statischen Fall oder den Strömungsfall beschränkt (s. Kapitel 3 und 4). Missverständnissen, die mit der Beschränkung der Argumentation auf den Druck verbunden sind, begegnet man auch immer wieder in Diskussionen mit Studierenden und Lehrenden. Dabei fallen beispielsweise Aussagen wie

- Flüssigkeiten strömen immer aus Bereichen höheren Drucks in Bereiche niedrigeren Drucks [**falsch**],
- der Druck an der Eingangsseite des offenen Hebers ist größer als der an der Ausgangsseite [**falsch**],

bzw. die damit verbundene Frage,

- wieso die Flüssigkeit gegen den zunehmenden Schweredruck durch den längeren Heberarm in den tiefer gelegenen Behälter läuft.

<sup>2</sup> Dieser Satz findet sich hingegen in älteren Ausgaben wie [20] noch nicht.

<sup>3</sup> In den Schulbüchern [25, 27] wird immerhin darauf verwiesen, dass man sich den Winkelheber durch eine Membran verschlossen denken muss, in alten Artikeln wie [3] ist die Absperzung auch eingezeichnet.

<sup>4</sup> Diese Kritik wurde schon 1905 in [3] geübt.

Zum einen verstärkt die unvollständige Argumentation also ein weit verbreitetes und grundlegendes Missverständnis bezüglich der Bedeutung einer elementaren physikalischen Größe. Zum anderen wird die eigentliche Ursache für den Druckabfall an der Absperzung, und damit die physikalische Ursache für den Strömungsantrieb, nicht herausgearbeitet. In Hinblick auf die Kriterien, denen eine Elementarisierung genügen sollte [31-33], ist das obige Erklärungsmuster also vor allem nicht fachgerecht, da das Grundlegende des Phänomens nicht erkannt wurde, wie wir im Folgenden noch zeigen werden. Damit ist es im Nachhinein auch kaum erweiterbar.

## 2.2. Mechanische Analogie: Zusammenspiel von „ziehender“ Schwerkraft und Kohäsion als vermeintlicher Strömungsantrieb

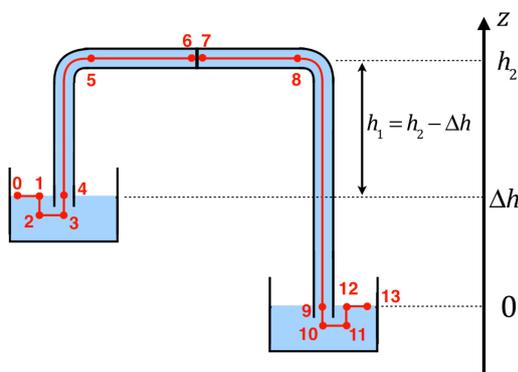
In den Quellen [1, 5, 6, 9-11, 19, 21, 29] finden sich Aussagen wie „Man kann auch sagen: Das Gewicht der Flüssigkeitssäule ( $h_2 - h_1$ ) zieht die darüber befindliche Flüssigkeit nach unten“ [19], „pulling produced by cohesive forces between the liquid's molecules that are transmitted from the falling portion of the fluid“ [9] oder „the weight of water flowing out of a siphon pulls water into the siphon via liquid cohesion“ [11]. Bemerkenswerterweise findet sich diese Interpretation sowohl in Quellen, die wie oben beschrieben den Druck als Ursache des Flüssigkeitstransports ansehen [19], als auch in solchen, die die Erklärung über den Druck explizit verwerfen [6, 7, 9, 11]. Jedoch wird nicht dargelegt, wie die Erklärungen miteinander zu vereinbaren sind bzw. umgekehrt wie sie im Einzelnen auseinanderzuhalten sein sollten – schließlich gäbe es ohne die Gravitation weder den Luft- noch den Schweredruck. Natürlich gibt es auch Autoren, die darauf verweisen, dass in Bernoullis Gleichung (s. u.) sowohl die Gravitation als auch der Druck eine wichtige Rolle spielen, intermolekulare Kräfte jedoch nicht [8]. Alles in allem werden immer nur Argumente zu Teilaspekten ausgetauscht, sodass man sich mit einer Vielzahl logisch klingender aber einander widersprechender Aussagen konfrontiert sieht. Unstrittig dürfte sein, dass ein Heber ohne Gravitation nicht funktioniert und dass zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit Kohäsionskräfte wirken. Die Vorstellung, die Schwerkraft ziehe an den Flüssigkeitssäulen in den Heberarmen und dieses Ziehen werde über Kohäsionskräfte übertragen, ist jedoch keine umfassende physikalische Erklärung. Es handelt sich dabei um ein mechanisches Analogon, das sogenannte Kettenmodell (siehe Kapitel 6.2). Nun ist die Verwendung von Analogien im Rahmen von Elementarisierungen durchaus erlaubt [31, 32]. Um beurteilen zu können, ob es überhaupt auf molekularer Ebene tragfähig ist bzw. wo die Analogie ihre Grenzen hat, muss man sich zunächst die vollständige Erklärung im Rahmen der Physik der Fluide vor Augen führen und vor allem erkennen, welche physikalischen Größen entscheidend sind. Wir werden

im Folgenden zeigen, wieso Kohäsionskräfte nicht grundlegend für den Strömungsantrieb sind.

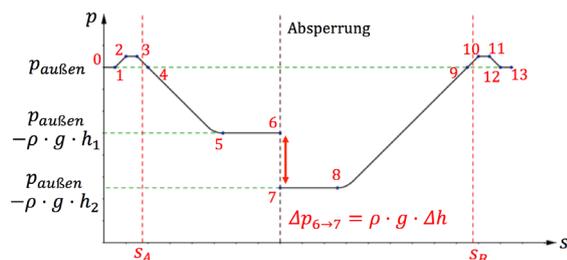
### 3. Der abgesperrte Saugheber (statischer Fall)

Betrachten wir zunächst die in Abb. 2 dargestellte statische Situation, bei der der Saugheber durch eine Membran im oberen horizontalen Teilstück verschlossen ist, sodass die Flüssigkeit nicht strömt.<sup>5</sup> An den Flüssigkeitsoberflächen herrscht der äußere Druck,  $p_{\text{außen}}$ , der auf den betrachteten Längenskalen als konstant angesehen werden kann.<sup>6</sup> In den meisten Fällen wird der Saugheber nicht in geschlossenen Behältern, sondern offen betrieben, sodass  $p_{\text{außen}}$  dem Luftdruck entspricht. In der Flüssigkeit muss noch der Schweredruck berücksichtigt werden und es gilt:

$$p(z) = p_{\text{außen}} - \rho \cdot g \cdot (z - z_{OF}) \quad \{1\}$$



**Abb. 2:** Im horizontalen Teilstück verschlossener Saugheber. Die rote Linie deutet einen Weg vom oberen zum unteren Flüssigkeitsspiegel an, der außerhalb des Hebers willkürlich gewählt ist.



**Abb. 3:** Druckverlauf entlang des in Abb. 2 skizzierten Wegs. Die Positionen  $s_A$  und  $s_B$  geben die Lage der Behälter an. An der Abspernung kommt es zu dem bekannten Drucksprung.

<sup>5</sup> Wir können z.B. einen Schlauch in den unteren Behälter eintauchen und so mit Wasser füllen. Dann wird er in der Mitte abgeklemmt und an einem Ende mit dem Daumen verschlossen. Schließlich wird dieses Ende in den oberen Behälter geführt.

<sup>6</sup> Der Höhenunterschied  $\Delta h$  zwischen beiden Flüssigkeitsoberflächen soll hinreichend klein sein, sodass sich die Variation des äußeren Luftdrucks gemäß der barometrischen Höhenformel noch nicht bemerkbar macht (was in allen praktischen Fällen gegeben sein dürfte).

mit

$$z_{OF} = \begin{cases} \Delta h & (\text{links}) \\ 0 & (\text{rechts}) \end{cases} \quad \{2\}$$

Hierbei bezeichnet  $\rho$  die Dichte der Flüssigkeit,  $g \approx 9,81 \frac{m}{s^2}$  die Erdbeschleunigung,  $z$  die in Abb. 2 angegebene Höhenkoordinate und  $z_{OF}$  die Lage der Flüssigkeitsoberfläche. Für den rechten Teilbereich mit dem unteren Behälter ist  $z_{OF} = 0$ , im linken mit dem oberen Behälter hingegen  $z_{OF} = \Delta h$ , wobei Letzteres dem Höhenunterschied zwischen beiden Flüssigkeitsoberflächen entspricht. Entlang des in Abb. 2 skizzierten, willkürlich gewählten Weges führt dies zu dem in Abb. 3 gezeigten Druckverlauf. Im Heberinneren herrscht auf Höhe der jeweiligen Flüssigkeitsoberfläche (Punkte 4 und 9) natürlich der Außendruck, und im oberen horizontalen Teilstück  $p_{\text{außen}} - \rho \cdot g \cdot h_1$  (links) bzw.  $p_{\text{außen}} - \rho \cdot g \cdot h_2$  (rechts). An der Abspernung kommt es zu einem Druckabfall:

$$\Delta p_{6 \rightarrow 7} = p_6 - p_7 = \rho \cdot g \cdot \Delta h. \quad \{3\}$$

Darüber hinaus variiert der statische Druck kontinuierlich in allen vertikalen Teilbereichen des skizzierten Weges aufgrund des Schweredrucks. Dennoch strömt die Flüssigkeit nicht. Offensichtlich treiben Unterschiede im Schweredruck hier keine Strömung an. Dies kann man sich auch noch viel einfacher klarmachen, ohne auf den expliziten Druckverlauf im Saugheber Bezug zu nehmen. In einem Glas Wasser nimmt der Schweredruck ausgehend von der Wasseroberfläche linear mit zunehmender Tiefe zu (siehe Abb. 4). Dennoch strömt das Wasser nicht aus dem Bereich des höchsten Drucks (Boden) in den des niedrigsten Drucks (Wasseroberfläche). Es muss also Kräftegleichgewicht herrschen. Zum einen wirkt auf ein infinitesimal kleines Volumenelement  $V$  die durch den Druckgradienten hervorgerufene Kraft  $\vec{F}_p = -grad p \cdot V$  [13-15], die im vorliegenden Fall senkrecht nach oben in Richtung des abnehmenden Schweredrucks zeigt, also einer Auftriebskraft entspricht. Sie ist die Folge des gravitationsbedingten Einflusses der umgebenden Moleküle (der Druckgradient hat sich ja aufgrund der Schwerkraft ausgebildet). Kompensiert wird sie durch die Gewichtskraft  $\vec{F}_g = -\rho \cdot g \cdot V \cdot \vec{e}_z$ , dem das betrachtete Volumenelement auch direkt ausgesetzt ist ( $\vec{e}_z$  bezeichnet hier den Einheitsvektor in  $z$ -Richtung). Die Summe aller wirkenden Kräfte verschwindet daher,  $\vec{F}_p + \vec{F}_g = 0$  (siehe Abb. 4).

Um den Unterschied zwischen den voneinander getrennten Teilbereichen aus Abb. 2, in denen jeweils Kräftegleichgewicht herrscht, besser verstehen zu können, betrachten wir nun die potenzielle Energie eines infinitesimal kleinen Volumenelements  $V$ . Entsprechend den Teilkräften  $\vec{F}_g$  und  $\vec{F}_p$  ist die potenzielle Energie die Summe aus Lageenergie<sup>7</sup>,

<sup>7</sup> Bezogen auf den frei gewählten Referenzwert bei  $z = 0$ .

$E_{Lage} = m \cdot g \cdot z = \rho \cdot V \cdot g \cdot z$ , und einem druckabhängigen Beitrag<sup>8</sup>  $E_p = p(z) \cdot V$ . Letzterer spiegelt wider, dass es Arbeit kostet, ein Volumenelement in einen Bereich höheren Drucks zu bringen. In Flüssigkeiten (wie auch in Gasen) kann solch ein Energiezuwachs auch in Bewegungs- oder Lageenergie umgewandelt werden. Die potenzielle Energie pro Volumenelement<sup>9</sup> ist daher insgesamt

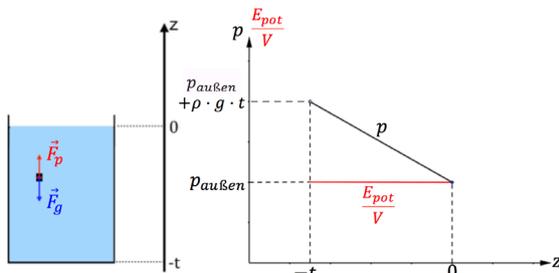
$$\frac{E_{pot}}{V} = p(z) + \rho \cdot g \cdot z. \quad \{4\}$$

Dies ist nichts anderes als die Bernoulli-Gleichung im Grenzfall verschwindender Strömungsgeschwindigkeit [13-17]. Die Größen „statischer Druck“ und „potenzielle Energie pro Volumen“ sind also dimensionsgleich, aber nicht identisch! Der statische Druck  $p(z)$  umfasst sowohl den Beitrag des Schweredrucks als auch den eines gegebenenfalls zusätzlich vorhandenen Außen- oder Stempeldrucks. Einsetzen von Gl. {1} in Gl. {4} ergibt

$$\frac{E_{pot}}{V} = p_{außen} + \rho \cdot g \cdot z_{OF}. \quad \{5\}$$

Betrachten wir zunächst wieder das in Abb. 4 gezeigte Wasserglas: An jeder Stelle der Flüssigkeit ist die potenzielle Energie pro Volumen gleich, und daher kommt es auch zu keiner Strömung in Richtung abnehmenden Schweredrucks (also von unten nach oben). Höher gelegene Volumenelemente haben zwar eine größere Lageenergie, aber dies wird durch den kleineren Schweredruck gerade wieder kompensiert:

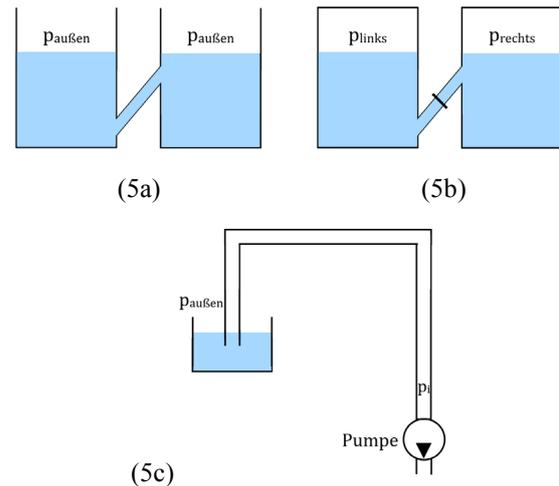
$$\frac{\Delta E_{Lage}}{V} = \rho \cdot g \cdot \Delta z = -\Delta p = -\frac{\Delta E_p}{V}. \quad \{6\}$$



**Abb. 4:** Druck und potenzielle Energie pro Volumen als Funktion der Höhe in einem Wasserglas. Auch hier treiben die Druckunterschiede keine Strömung an, da sich die Kräfte auf jedes infinitesimal kleine Volumenelement kompensieren (die Gewichtskraft  $\vec{F}_g$  und die durch den Gradienten des Schweredrucks hervorgerufene Kraft  $\vec{F}_p$ ). Die potenzielle Energie pro Volumen ist daher konstant (siehe Gl. {5}).

<sup>8</sup> Bezogen auf den ebenfalls frei gewählten Referenzwert bei  $p = 0$ . Die Wahl anderer Referenzwerte führt lediglich zu einer Verschiebung der Energieskala um eine Konstante.

<sup>9</sup> Äquivalent dazu könnte man hier und im Folgenden auch die Energie pro Massenelement betrachten. Wir haben jedoch bewusst diese Darstellung gewählt, da die Bernoulli-Gleichung üblicherweise in Erstsemester-Vorlesungen behandelt wird.



**Abb. 5:** (a) Zwei gleich gefüllte Wasserbehälter, die über ein nicht horizontal verlaufendes Rohr verbunden sind. Am tieferliegenden linken Rohrende herrscht ein größerer Druck als am rechten. Da die potenzielle Energie aber gleich ist (siehe Gl. {5}), strömt kein Wasser durch das Rohr. (b) Verschließt man die Behälter und erhöht den Druck auf die linke Flüssigkeitsoberfläche mittels eines Kompressors oder Kolbens bzw. erniedrigt ihn rechts mittels einer Pumpe, ergibt sich ein Unterschied in der potenziellen Energie pro Volumen:  $\Delta E_{pot}/V = (p_{links} - p_{rechts})$ . Nach Öffnen des Ventils strömt Wasser von links nach rechts. Umgangssprachlich wird dies als „Drücken“ bzw. „Ansaugen“ bezeichnet. Letzteres ist eine Möglichkeit, das Heberrohr zu füllen, um so den Heber in Betrieb nehmen zu können (siehe (c) mit  $p_i < p_{außen}$ ).

In Abb. 5(a) ist die Situation auf zwei kommunizierende Behälter gleichen Pegelstandes übertragen. Es ist offensichtlich, dass keine Flüssigkeit durch das schräg verlaufende Verbindungsrohr läuft, obwohl an dessen Enden ein unterschiedlicher Schweredruck herrscht. Eine Strömung kann nur dann einsetzen, wenn sich die potenzielle Energie der Flüssigkeit in den beiden Behältern unterscheidet. Dies kann beispielsweise durch eine zusätzliche einseitige Erhöhung oder Erniedrigung des Außendrucks geschehen (Abb. 5b). Die umgangssprachlich mit „Drücken“ oder „Ansaugen“ bezeichneten Vorgänge entsprechen physikalisch also einer an einen Energieunterschied gekoppelten Druckdifferenz. Ein Heber wird oftmals durch so eine anfängliche Druckerniedrigung in Betrieb genommen, um das Heberrohr vollständig zu füllen (siehe Abb. 5c).

Eine Änderung der potenziellen Energie pro Volumen kann aber nicht nur durch eine Änderung des Außendrucks, sondern auch über eine Änderung der Lageenergie erfolgen. Beim Heber liegen die Flüssigkeitsoberflächen in den beiden abgesperrten Teilbereichen auf unterschiedlicher Höhe. Einsetzen von Gl. {2} in Gl. {5} ergibt:

$$\frac{E_{pot}}{V} = \begin{cases} p_{au\ddot{a}}u\ddot{a}en + \rho \cdot g \cdot \Delta h & (links) \quad \{7a\} \\ p_{au\ddot{a}}u\ddot{a}en & (rechts) \quad \{7b\} \end{cases}$$

Die Verhältnisse sind in Abb. 6 graphisch dargestellt. Links und rechts von der Absperrung hat die potenzielle Energie jeweils einen ortsunabhängigen, konstanten Wert, obwohl auch dort der statische Druck variiert (vgl. Abb. 3). Kräfte auf ein Volumenelement der Masse  $m$  können als Gradient eines Potentials  $\Phi$  geschrieben werden,

$$\vec{F} = -m \text{grad } \Phi = -\text{grad } E_{pot} \quad \{8\}$$

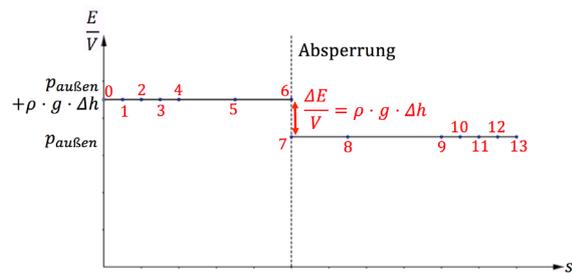
mit

$$\Phi = \frac{E_{pot}}{m} = \frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{E_{pot}}{V} \right). \quad \{9\}$$

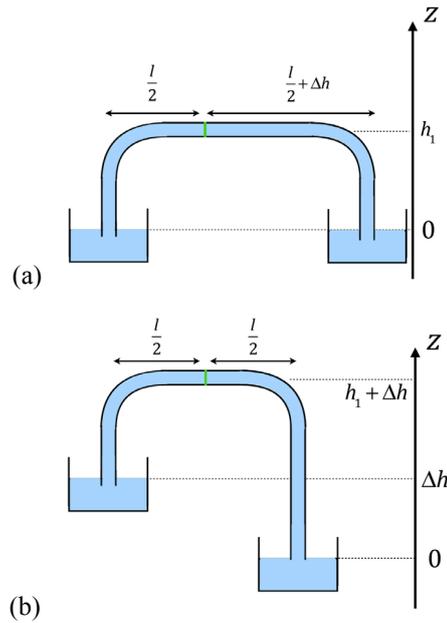
In den Bereichen konstanter Energie verschwindet die Summe aller auf ein Volumenelement wirkenden Kräfte, d. h. es liegt eine Gleichgewichtssituation vor. Zwischen den abgesperrten Teilbereichen gibt es aber einen Energieunterschied:  $\Delta E_{pot}/V = \rho \cdot g \cdot \Delta h$ . Dies kann man sich auch direkt klarmachen, ohne die Physik der Fluide zu bemühen.

Dazu betrachtet man zunächst die Ausgangssituation, bei der sich die Flüssigkeitsoberflächen in beiden Behältern auf gleicher Höhe befinden (Abb. 7a). Hebt man nun einen Behälter gegen die wirkende Schwerkraft um  $\Delta h$  an, so wird dort an jedem Volumenelement oder Flüssigkeitstropfen Arbeit verrichtet; seine Lageenergie vergrößert sich um den Betrag  $m \cdot g \cdot \Delta h$ . Die Änderung der potenziellen Energie pro Volumen an der Absperrung entspricht genau dem Drucksprung an dieser Stelle (siehe Abb. 3 und 6 sowie Gl. {3} und {7}):

$$\left( \frac{\Delta E_{pot}}{V} \right)_{6 \rightarrow 7} = \rho \cdot g \cdot \Delta h = \Delta p_{6 \rightarrow 7}. \quad \{10\}$$



**Abb. 6:** Potenzielle Energie pro Volumen als Funktion des Ortes entlang des in Abb. 2 skizzierten Weges für den Fall, dass der Saugheber im horizontalen Teilstück verschlossen ist. Kräfte treten nur in Bereichen auf, in denen das Potenzial  $\Phi$  räumlich variiert (siehe Gl. {8} und {9}). Nur im Bereich der Absperrung kommt es zu einer Potenzialänderung, wobei die auftretende Kraft mit Betrag  $\rho \cdot g \cdot \Delta h \cdot A$  von der Membran mit Querschnittsfläche  $A$  kompensiert wird.



**Abb. 7:** (a) Ein flexibler Schlauch verbindet zwei Behälter, deren Flüssigkeitsoberflächen auf gleicher Höhe liegen. Dann gilt in beiden abgesperrten Teilbereichen  $E_{pot}/V = p_{au\ddot{a}}u\ddot{a}en$ . (b) Hebt man den linken Behälter um  $\Delta h$  an, so gewinnt jedes Volumenelement  $V$  in diesem Bereich die Lageenergie  $\Delta E_{pot} = (\rho \cdot g \cdot \Delta h) \cdot V$ .

Die damit verbundene Kraft vom Betrag  $\Delta p_{6 \rightarrow 7} \cdot A$  wird von der Absperrmembran mit Querschnittsfläche  $A$  kompensiert. Wir halten also fest:

- a) In einer Flüssigkeit im statischen Gleichgewicht kompensieren sich die auf ein Volumenelement wirkenden Kräfte (die Gewichtskraft und die durch den Gradienten des Schweredruck hervorgerufene Kraft). Damit heben sich die Höhenabhängigkeiten von Schweredruck und Lageenergie pro Volumen auf und die potenzielle Energie pro Volumen ist konstant. Die in Abb. 3 gezeigte kontinuierliche Variation des Drucks in den jeweiligen Teilbereichen ist daher nicht weiter wichtig: Der statische Druck liefert nur einen Teilbetrag zur potenziellen Energie pro Volumen.

Nur Unterschiede in der potenziellen Energie können Strömungen antreiben. Beim Saugheber wird solch ein Unterschied nicht durch eine einseitige Änderung des äußeren Drucks, sondern durch eine Änderung der Lageenergie hervorgerufen. Dies ist auch die Ursache für den Druckabfall an der Absperrmembran, der genau dem Unterschied der potenziellen Energiedichte der Teilbereiche entspricht (Abb. 6 und Gl. {10}). Man überzeugt sich auch leicht davon, dass die Größe des Drucksprungs unabhängig davon ist, an welcher Stelle der Saugheber abgesperrt wird.<sup>10</sup> Ist z. B. das untere Rohrende verschlos-

<sup>10</sup> Dies wurde bereits 1905 in [3] angemerkt.

sen und entfernt man den unteren Behälter (vgl. Abb. 2), so ergibt sich beim Öffnen ein Heber mit freiem Auslauf. Bei Mehrfachabsperungen, z. B. an beiden Heberenden, ist die Summe der auftretenden Drucksprünge relevant.

- b) Die bisherigen Betrachtungen gelten nicht nur für Flüssigkeiten, sondern auch für Gase, vorausgesetzt deren Dichte ist größer als die der Umgebungsluft, sodass wir noch von hinreichend gut definierten Oberflächen in den Behältern sprechen können (dem wirkt die Diffusion entgegen, sodass die Zeitskalen von Experimenten hinreichend klein sein müssen). Beispielsweise lassen sich Gase wie Kohlendioxid einfach von einem Behälter in einen anderen „gießen“; siehe das Video in [34]. Die Dichte eines Gases ist zwar druck- und somit höhenabhängig [ $\rho \rightarrow \rho(z)$ ], es kompensieren sich jedoch weiterhin die höhenabhängigen Anteile des Schweredruckes und der Lageenergie in Gl. {4}. Damit bleibt die potenzielle Energie in einem abgesperrten Teilbereich wie zuvor konstant und der Energieunterschied erhalten [in Gl. {5}, {7}, {9} und {10} ist die beim wirkenden Außendruck herrschende Dichte  $\rho(p_{\text{außen}})$  zu verwenden].

Ein mit winzigen Glaskugeln, Sand oder Ziegelsteinen gefüllter Heber würde nicht funktionieren. Die potenzielle Energie pro Volumen solcher Luft-Festkörper-Mischungen ist aber auch nicht durch die Gl. {5} und {7} gegeben. Flüssigkeiten und Gase hingegen haben die Besonderheit, dass eine Erhöhung des Drucks oder der Lageenergie gleichermaßen in Bewegungsenergie umgesetzt werden kann. Kohäsionskräfte spielen dabei keine Rolle. Diese bestimmen aber u. a., ob ein Stoff in einem gegebenen Temperatur- und Druckbereich flüssig oder gasförmig ist, und legen damit die Grenzen des Flüssigkeitstransports fest (s. Kapitel 5).

#### 4. Der geöffnete Saugheber im laminaren Strömungsfall

Im Folgenden wollen wir unsere Betrachtungen auf inkompressible Flüssigkeiten beschränken, werden zum Ende der Diskussion aber noch kurz auf Gase eingehen. Die Gesamtenergie eines Volumenelementes der Flüssigkeit im oberen Behälter ist durch Gl. {7a} gegeben. Wird die Absperung geöffnet, wird ein Teil der Energie in kinetische Energie  $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot V$  umgewandelt, wobei  $v$  die Strömungsgeschwindigkeit bezeichnet (über den jeweiligen Strömungsquerschnitt gemittelt). Ein weiterer Teil wird über innere Reibung dissipiert. Für ein Volumenelement, das in der Strömung eine Wegstrecke  $s$  entlang einer Trajektorie durch den Saugheber zurücklegt, gilt daher insgesamt:

$$\begin{aligned} & \underbrace{p_{\text{außen}} + \rho \cdot g \cdot \Delta h}_{\frac{E_{ges}}{V} = \text{konst.}} \\ &= \underbrace{p(s) + \rho \cdot g \cdot z(s)}_{\frac{E_{pot}}{V}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v(s)^2}_{\frac{E_{kin}}{V}} \\ & \quad + \frac{E_{diss}(s)}{V}. \end{aligned} \quad \{11\}$$

Wir haben Gl. {4} und {7a} benutzt und  $E_{diss}(s)$  bezeichnet die nach dem Durchlaufen der Strecke  $s$  insgesamt dissipierte Energie. Im reibungsfreien Fall, d. h. im Grenzfall verschwindender Viskosität, gilt  $E_{diss} = 0$ ; Gl. {11} ist dann nichts anderes als die bekannte Bernoulli-Gleichung in der allgemeinen, eine Höhenvariation einschließenden Formulierung.

Zur Vereinfachung wollen wir nun davon ausgehen, dass der obere Flüssigkeitsbehälter so groß ist, dass die mittlere Geschwindigkeit eines weit von der Heberöffnung entfernten Volumenelementes verschwindend klein ist. Des Weiteren sei auch die Strömungsgeschwindigkeit im Heberinneren,  $v_H$ , hinreichend klein, sodass die Strömung laminar ist. Dies ist der Fall, wenn der Innenradius des Heberrohrs  $r$  so klein bzw. die dynamische Viskosität  $\eta$  der Flüssigkeit so groß ist, dass für die Reynoldszahl  $Re = 2 \cdot r \cdot \rho \cdot v_H / \eta \leq 1000$  und somit

$$v_H \leq \frac{500}{r} \cdot \frac{\eta}{\rho} \quad \{12\}$$

gilt. Im Folgenden betrachten wir nun die Trajektorie eines strömenden Volumenelementes. Bei einer laminaren Strömung in einem zylinderförmigen Rohr mit Radius  $r$  bildet sich über den Heberquerschnitt ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil aus, d. h. die Geschwindigkeit ist im Zentrum maximal und verschwindet an den Wänden. Die mittlere (genauer: über den Querschnitt gemittelte) Strömungsgeschwindigkeit  $v_H$  ändert sich aber entlang der Wegstrecke im Heberinneren nicht, da der Querschnitt konstant und die Flüssigkeit inkompressibel ist (anders ausgedrückt: Es gilt die Kontinuitätsgleichung). Die auftretenden Reibungsverluste sind proportional zur durchströmten Strecke und nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille [13-17] gilt

$$\frac{\partial \left( \frac{E_{diss}}{V} \right)}{\partial s} = \frac{8\eta}{r^2} \cdot v_H = \frac{8\eta}{\pi r^4} \cdot i, \quad \{13\}$$

wobei  $i$  die Stromstärke oder Durchflussrate ist, d. h. das pro Zeit strömende Flüssigkeitsvolumen. Lediglich bei dem zumeist in Lehrbüchern diskutierten Spezialfall eines horizontalen Rohrs entspricht  $\partial(E_{diss}/V)/\partial s$  gemäß Gl. {11} genau dem Druckabfall pro Wegstrecke  $-\partial p/\partial s$ . Aus Gl. {13} folgt also

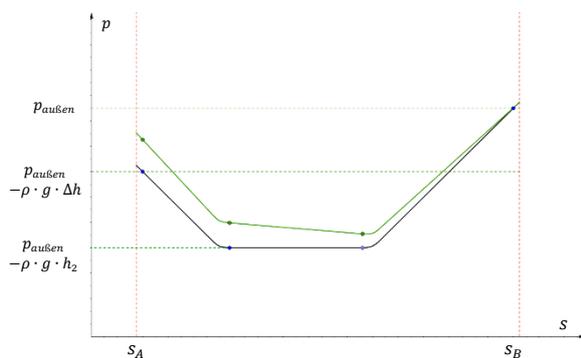
$$\frac{E_{diss}}{V}(s) = \alpha \cdot v_H \cdot (s - s_A) + \frac{E_{diss}}{V}(s_A) \quad \{14\}$$

für  $s_A \leq s \leq s_B$ , wobei  $s_A$  und  $s_B$  den Ort des Hebereingangs bzw. -ausgangs bezeichnen und  $\alpha$  in Gl. {13} definiert ist. Durch Einsetzen in Gl. {11} und Umformen folgt für den Druckverlauf im Heberinneren

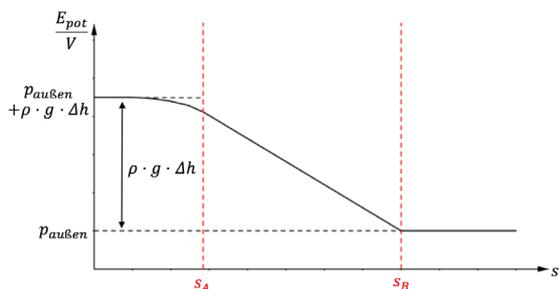
$$p(s) = c - \rho \cdot g \cdot z(s) - \alpha \cdot v_H \cdot (s - s_A) \quad \{15\}$$

mit der Konstanten

$$c = p_{au\ss en} + \rho \cdot g \cdot \Delta h - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_H^2 - \frac{E_{diss}}{V}(s_A) \quad \{16\}$$



**Abb. 8:** Verlauf des Drucks (Gl. {15}) entlang des Weges im Inneren des Saughebers, d. h. von der höher gelegenen Eingangs- zur tiefer gelegenen Ausgangsseite (siehe Abb. 2, jedoch bei geöffneter Absperrung, d. h. mit strömender Flüssigkeit). Untere schwarze Linie: ohne Energiedissipation (am Hebereingang bei  $s_A$  ist bereits die gesamte Energiedifferenz in kinetische Energie umgewandelt,  $\rho \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{H,0}^2$ ). Obere grüne Linie: mit Energiedissipation, d. h. bei kleinerer Strömungsgeschwindigkeit  $v_H < v_{H,0}$  (am Hebereingang ist nur ein Teil der potenziellen Energiedifferenz in kinetische Energie umgewandelt, der Rest wird fast vollständig im Inneren des Hebers durch Reibung dissipiert,  $\rho \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_H^2 + \alpha \cdot l_H \cdot v_H$ ).



**Abb. 9:** Verlauf der mittleren potenziellen Energie pro Volumen entlang der Trajektorie eines strömenden Volumenelements, skizziert für den Fall, dass die Differenz der potenziellen Energie pro Volumen  $\rho \cdot g \cdot \Delta h$  fast vollständig im Heber der Länge  $l_H = s_B - s_A$  durch Reibung dissipiert wird (siehe Gl. {18} und Text).

Der kontinuierlich ab- und zunehmende Druck im Heberinneren ist in Abb. 8 gezeigt, zur besseren Übersicht im Vergleich zum reibungsfreien Fall ( $\alpha = 8\eta/r^2 = 0$ ). An der ehemaligen Absperrung kommt es natürlich nicht mehr zu einem plötzlichen Druckabfall (vgl. Abb. 3 und 8). Bei gleicher Eintauchtiefe der Heberenden in den jeweiligen Becken kann der Druck auf der Ausgangsseite bei  $s_B$  sogar höher als der auf der Eingangsseite bei  $s_A$  sein: Aus Gl. {15} folgt  $p_B = p_A + (\rho \cdot g \cdot \Delta h - \alpha \cdot l_H \cdot v_H) \geq p_A$ , wobei  $l_H = s_B - s_A$  die Länge des Heberrohrs bezeichnet. Die Ungleichheit gilt, wenn nur ein Teil der volumenbezogenen Energiedifferenz  $\rho \cdot g \cdot \Delta h$  im Inneren des Saughebers dissipiert wird, ein Teil aber immer noch in der kinetischen Energie der Flüssigkeit steckt. Abb. 8 verdeutlicht, dass es im Strömungsfall wenig zielführend ist, mit dem Druckverlauf zu argumentieren.

Betrachten wir nun stattdessen die potenzielle Energie entlang einer Trajektorie eines strömenden Volumenelements. Nach Gl. {11} gilt

$$\frac{E_{pot}}{V}(s) = p_{au\ss en} + \rho \cdot g \cdot \Delta h - \frac{E_{kin}}{V}(s) - \frac{E_{diss}}{V}(s). \quad \{17\}$$

Der Verlauf ist in Abb. 9 für den einfachen Fall skizziert, dass die Differenz der potenziellen Energie pro Volumen  $\rho \cdot g \cdot \Delta h$  fast vollständig im Heber der Länge  $l_H$  durch Reibung dissipiert wird (Gl. {14}), d. h. die Flüssigkeit so langsam strömt, dass der Beitrag der kinetischen Energiedichte sehr klein ist,

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_H^2 \ll \rho \cdot g \cdot \Delta h \approx \alpha \cdot v_H \cdot l_H. \quad \{18\}$$

Letzteres ist gegeben, wenn wir einen hinreichend langen und dünnen Heber verwenden und zudem darauf achten, dass der Höhenunterschied zwischen den beiden Flüssigkeitsoberflächen nicht zu groß ist [in Kapitel 8 spezifizieren wir diese Bedingung genauer, siehe Gl. {26} und {27}].

Ein Flüssigkeitselement nimmt zu Beginn Geschwindigkeit auf: Kinetische Energie und dissipierte Energie sind zunächst null und wachsen langsam an, sodass die potenzielle Energie leicht fällt (siehe Abb. 9 für  $s \leq s_A$ ). Im Heberinneren ist die über den Querschnitt gemittelte Geschwindigkeit  $v_H$  maximal und konstant, was somit auch für  $E_{kin}/V$  gilt. Die pro Volumen dissipierte Energie wächst dann aber maximal mit konstanter Steigung  $\alpha \cdot v_H$  (siehe Gl. {14}), sodass die potenzielle Energie linear als Funktion der zurückgelegten Strecke abnimmt. Die auf ein Volumenelement in Strömungsrichtung wirkende Kraft bzw. die sie kompensierende (gleich große aber entgegengesetzte)<sup>11</sup> Reibungskraft ist daher im Heberinneren im Mittel betragsmäßig

<sup>11</sup> Es herrscht Kräftegleichgewicht,  $\vec{F} + \vec{F}_{Reibung} = 0$ , sodass die Volumenelemente im Inneren des Hebers nicht beschleunigt werden und  $v_H$  zeitlich konstant ist.

$$|\vec{F}| = |-grad E_{pot}| = \alpha \cdot v_H \cdot V \\ \approx \rho \cdot g \cdot V \cdot \frac{\Delta h}{l_H}, \quad \{19\}$$

d. h. jedes Wassermolekül erfährt dort in Strömungsrichtung eine Kraft vom Betrag

$$|\vec{F}| \approx m \cdot g \cdot \frac{\Delta h}{l_H}. \quad \{20\}$$

Man beachte, dass wir hier den Grenzfall vernachlässigbar kleiner kinetischer Energie betrachtet haben, bei der die Kraft maximal ist (allgemein hingegen gilt  $\alpha \cdot v_H \cdot l_H \leq \rho \cdot g \cdot \Delta h$ ). Am Heberende erreicht  $E_{pot}/V$  den Endwert  $p_{au\beta en}$  (siehe Abb. 9): Die kleine kinetische Energie der Flüssigkeit wird zum einen im Auffangbecken dissipiert, zum anderen sorgt bereits die Querschnittsvergrößerung für eine Geschwindigkeitsabnahme  $v \rightarrow 0$  in hinreichend großer Entfernung vom Heberende.

Bei größerem Radius oder Höhenunterschied bzw. kürzerem Heber steigt der Durchfluss und auch der Beitrag der kinetischen Energie: In Abb. 9 würde dann bereits vor dem Heberingang die potentielle Energie merklich absinken und die Kraft auf ein Wassermolekül im Heberinneren wäre kleiner als in Gl. {20} angegeben. Wenn die Strömung bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten turbulent wird, werden die Verhältnisse insbesondere in der Nähe der beiden Heberöffnungen kompliziert, allerdings sollte die potentielle Energie im Inneren weiterhin linear als Funktion der Strecke sinken. Eine Berechnung der Flussgeschwindigkeiten in den verschiedenen Fällen findet sich beispielsweise in [18].

Im Grenzfall verschwindend kleiner Reibung – also genau dem Gegenteil dessen, was wir in Abb. 9 betrachtet haben – ist die Strömungsgeschwindigkeit maximal ( $v_{H,0}$ ), da die gesamte potentielle Energiedifferenz schon auf dem Weg zur Heberöffnung bei  $s_A$  in kinetische Energie umgewandelt wird,

$$\rho \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{H,0}^2. \quad \{21\}$$

Die potentielle Energiedichte nimmt dann vor dem Heber ab, ist in seinem Inneren jedoch konstant.

Es ist also zum einen klar, dass die Strömung gravitationsgetrieben ist. Zum andern wird deutlich, dass die Flüssigkeit zwar räumlich über den Rand des oberen Beckens gehoben wird, energetisch jedoch durch den Heber nichts angehoben wird: die potentielle Energie eines Volumenelements nimmt im Heberinneren wie in Abb. 9 gezeigt aufgrund innerer Reibung kontinuierlich ab bzw. bleibt im Grenzfall idealer (reibungsfreier) Flüssigkeiten im Heberinneren konstant. Sie ist eben nicht einfach der Lageenergie gleichzusetzen!

Inwieweit sind nun anschauliche Deutungen wie „Man kann auch sagen: Das Gewicht der Flüssigkeitssäule...zieht die darüber befindliche Flüssigkeit nach unten“ [19] (gemeint ist der überstehende Abschnitt der Länge  $\Delta h$  auf der Auslassseite in Abb. 2), „the weight of water flowing out of a siphon pulls

water into the siphon via liquid cohesion“ [11] oder ähnliche Aussagen in [1, 5, 6, 9, 10, 18, 21, 29] angebracht? Kohäsionskräfte gewährleisten, dass die Flüssigkeitssäule nicht auseinanderfällt,<sup>12</sup> zumindest solange der Druck hinreichend groß ist (s. Kapitel 5). Es strömen jedoch auch Gase, bei denen Kohäsionskräfte keine Rolle spielen, durch einen Heber von einem höher gelegenen in ein tiefer gelegenes Gefäß, vorausgesetzt ihre Dichte ist größer als die der Umgebungsluft. Schon in [21] wird ein solches Experiment beschrieben. Sehr schön ist dies in [34] zu beobachten, einem Video zu einfachen und beeindruckenden Demonstrationsversuchen mit Kohlenstoffdioxid. In Kapitel 3 haben wir ja bereits darauf hingewiesen, dass der strömungsantreibende gravitationsbedingte Unterschied in der Energiedichte (Gl. {10}) unabhängig davon ist, ob ein Gas oder eine Flüssigkeit vorliegt. Wir können ohne weitere quantitative Vertiefung der Diskussion davon ausgehen, dass auch für strömendes Gas die potenzielle Energie im Heberinneren als Funktion des zurückgelegten Weges sinkt (bzw. konstant ist).<sup>13</sup> Der Energieunterschied ist also für den Strömungsantrieb aller Fluide – Flüssigkeiten wie Gase – entscheidend. Kohäsionskräfte hingegen sind lediglich für die Existenz der flüssigen Phase von Bedeutung. Das Bild einer an den unterschiedlich langen Fluidsäulen in den Heberarmen ziehenden Schwerkraft – ähnlich wie bei einer Kette (siehe Kapitel 6) – ist, wenn überhaupt, dann nur auf Flüssigkeiten anwendbar. Bei Gasen hingegen versagt die Analogie bzw. es wird versucht, sie teilweise aufrechtzuerhalten, indem man statt der Kohäsionskräfte den äußeren Luftdruck bemüht, der die Gassäule zusammenhält.<sup>14</sup> Dies ist eine recht künstliche Konstruktion, da

<sup>12</sup> In [21] steht „Denn auch Flüssigkeiten haben wie feste Körper eine Zerrei\betafestigkeit“. In [18] steht mit Verweis auf eine Erklärung von M. C. Nokes: “The effect of an external pressure is to compress the liquid column rendering it less liable to breakage“.

<sup>13</sup> Bei strömenden Gasen ergeben sich gegenüber der obigen quantitativen Beschreibung von Flüssigkeiten Unterschiede. Zum einen betrifft dies die quantitative Beschreibung der Reibung. Zum anderen sind Gase kompressibel und somit ist die Strömungsgeschwindigkeit entlang des Heberrohrs nicht mehr konstant.

<sup>14</sup> In [21] liest man nach Erläuterung des Kettenmodells: „Anders der Gasheber. Gase haben keine Zerrei\betafestigkeit. [...] Darum können Gasheber nicht im Vakuum arbeiten“. In [9] findet man “Besides, the initial motion of the unbalanced portion of fluid can only be transmitted by cohesive pulling forces” und “... a gas siphon that provides an excellent example of siphoning action transmitted solely by pushing forces related to atmospheric pressure, in which the initial pressure gradient – and the source of energy keeping the fluid in motion – is produced again by the weight of the unbalanced portion of gas ... All siphons are driven by the weight of this unbalanced column and, taking aside extreme examples of siphons in vacuum or gas siphons, the forces transmitted inside the fluid are a mix of pressure forces that push and cohesive forces that pull”.

wie in Kapitel 3 gezeigt in beiden Fällen immer die Summe aller Kräfte wirkt. Auch wenn die Kettenanalogie in der Tat mathematisch korrekt ist (s. Kapitel 6), kann sie irreführend sein, da sie eine nicht notwendige Bedingung suggeriert. Man sollte sich eingestehen, dass Begriffe wie „Ziehen“ oder „gleichzeitiges Ziehen und Drücken“ einfach nicht geeignet sind, den Strömungsmechanismus adäquat zu beschreiben!

## 5. Grenzen des Flüssigkeitstransports im Heber

### 5.1. Kleinere Luft- oder Gasblasen können in Flüssigkeiten transportiert werden, verringern aber den antreibenden Energieunterschied

Kleinere Luft- oder Gasblasen können beispielsweise dadurch in den Heber gelangen, dass man das obere Heberende kurzzeitig über die Flüssigkeitsoberfläche anhebt oder aber, dass man das Heberrohr zu Beginn nicht vollständig füllt. Man kann sich im Experiment leicht davon überzeugen, dass die strömende Flüssigkeit Blasen mit sich führen kann und diese am Ende aus dem Heberschlauch gespült werden. Inwieweit hat dies nun einen begrenzenden Einfluss auf den grundlegenden Mechanismus, d. h. die Überführung von Volumenelementen von einem Zustand höherer in einen Zustand niedrigerer potenzieller Energie? Dazu betrachten wir den in Abb. 10 gezeigten Fall einer strömenden Flüssigkeit mit einer Blase. Der Einfachheit halber verzichten wir auf den unteren Behälter und lassen das Heberrohr ausgangsseitig offen. Erreicht die Blase das Ende des offenen Heberrohrs, so hat die nachströmende Flüssigkeit ihren Endzustand  $E_{pot}/V = p_{außen}$  bereits erreicht, allerdings nicht auf der Höhe  $z = 0$  sondern auf der Höhe, die der Länge der Blase bei diesem Druck entspricht:  $z = d_{Blase}$ . Der Unterschied in der Lageenergie zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangszustand ist dann aber

$$\frac{\Delta E_{pot}}{V} = \rho \cdot g \cdot (\Delta h - d_{Blase}). \quad \{22\}$$

Nur für eine hinreichend kleine Blase der Länge  $d_{Blase} < \Delta h$  verbleibt also ein Energieunterschied, der dafür sorgt, dass die Flüssigkeit trotz der damit verbundenen Reibung weiterströmt.

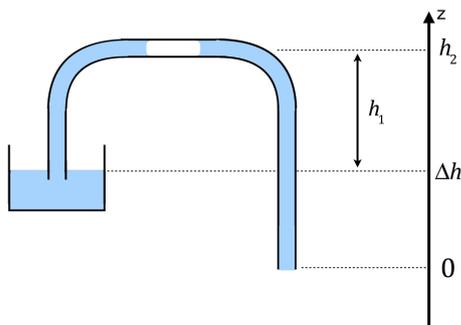


Abb. 10a

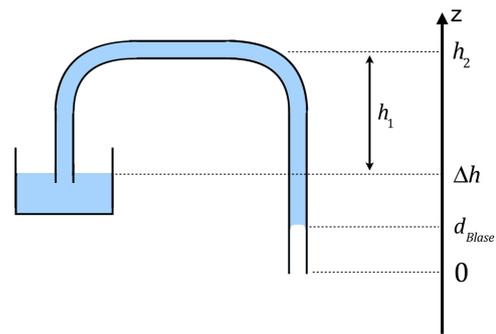


Abb. 10b: Heber mit Luftblase im Scheitel (a) und am Heberende (b). Eine Strömung ist nur möglich, wenn für die Länge der Blase (bei Außendruck)  $d_{Blase} < \Delta h$  gilt.

### 5.2. Dampfdruck bzw. molekulare Kohäsion bestimmen die maximale Heberhöhe und den minimal erforderlichen Außendruck.

Wie wir gesehen haben, ist die Heberströmung gravitationsgetrieben, wobei die entscheidende Größe die Differenz der potenziellen Energie zwischen Volumen- oder Massenelementen beider Flüssigkeitsbecken ist ( $\Delta E_{pot}/V = \rho \cdot g \cdot \Delta h$ , siehe Gl. {10} und {11}). Der Mechanismus hängt damit nicht explizit vom äußeren Druck  $p_{außen}$  ab. Daher sollte ein Heber also nicht nur funktionieren, wenn wie in den meisten Fällen äußerer Luftdruck herrscht. Allerdings sind wir immer von einem durchgehenden, zusammenhängenden Flüssigkeitsvolumen im Heber ausgegangen. Es muss also sichergestellt sein, dass der Druck in der Flüssigkeit nicht so weit abfällt, dass es zu einem Übergang von der flüssigen zur gasförmigen Phase kommt. Es ist einleuchtend, dass ein komprimierend wirkender Außendruck dem entgegenwirkt. Um den Zusammenhalt der Flüssigkeitssäule sicherzustellen, darf bei gegebener Heberhöhe ein bestimmter Außendruck nicht unterschritten bzw. bei gegebenem Außendruck eine bestimmte Heberhöhe nicht überschritten werden. Je nach Randbedingungen sind zwei Fälle zu unterscheiden [10].

#### 5.2.1. Nicht entgaste Flüssigkeiten

In Flüssigkeiten sind normalerweise immer noch Gase gelöst. Darüber hinaus enthalten Flüssigkeiten i. A. bereits Nukleationskeime, wie z. B. winzige feste Verunreinigungen mit gasgefüllten Rissen und Spalten (Dampf der umgebenden Flüssigkeit oder gelöster Gase) [35]. Sobald der statische Druck  $p$  in der Flüssigkeit unter den Dampfdruck  $p_0$  fällt, siedet die Flüssigkeit, d. h. die vorhandenen Blasen können wachsen und die Flüssigkeitssäule im Heberrohr zerfällt. Dieser Vorgang beginnt an der höchsten Stelle des Hebers, wo der geringste Druck herrscht (siehe Abb. 3 und 8), also bei  $z = h_2 = \Delta h + h_1$ , wobei  $h_1$  den Höhenunterschied zwischen der Flüssigkeitsoberfläche des oberen Behälters und dem Scheitel des Hebers bezeichnet (siehe z. B. Abb. 10). Um das

Auseinanderfallen zu verhindern, muss also auch dort noch  $p > p_0$  gelten. Aus Gl. {1} mit  $z_{OF} = 0$  erhält man somit für den erforderlichen Außendruck im statischen Fall:  $p_{außen} > p_0 + \rho \cdot g \cdot (h_1 + \Delta h)$ . Im Strömungsfall hingegen liefert Gl. {15}

$$p_{außen} > p_0 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \frac{E_{diss}}{V} (s). \quad \{23\}$$

Ein Heber kann also unter Umständen bei recht kleinen Drücken nahe dem Dampfdruck  $p_0$  noch arbeiten, allerdings nicht im Vakuum, wie dies manchmal vereinfacht formuliert wird (siehe z. B. [19]). In [11] wurde bei Versuchen in einer Druckkammer – bei nicht laminarer Wasserströmung<sup>15</sup> mit einer Reynoldszahl von  $Re \approx 7000$  bei Annäherung an den minimal erforderlichen Außendruck – ein interessantes Phänomen beobachtet: Hinter dem Scheitel bildet sich eine Art Wasserfall, d. h. ein Gas-Flüssigkeitsgemisch, das mit abnehmender Höhe und somit zunehmendem Druck (siehe Abb. 8 bei Annäherung an  $s_B$ ) wieder vollständig flüssig wird. Dass der Heber zunächst noch weiter Flüssigkeit transportiert ist im obigen Energiebild auch nicht weiter erstaunlich.<sup>16</sup> Erst bei weiterer Drucker-niedrigung, wenn die Länge der Gasblase in etwa den Wert  $\Delta h$  erreicht, kommt bei den Experimenten in [11] die Strömung zum Erliegen. Auch diese Beobachtung ist im Einklang mit der in Kapitel 5.1 angeführten Erklärung. Umstellen von Gl. {23} nach  $h_1$  liefert für einen vorgegebenen Außendruck die maximale Heberhöhe (barometrische Grenze). Wasser hat bei  $20^\circ C$  einen Dampfdruck von etwa  $p_0 = 2,3393 \text{ kPa}$ , der somit viel kleiner als der normale Luftdruck,  $p_{Luft}$ , ist. Für Wasser unter Atmosphärendruck ( $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $p_{außen} = p_{Luft} = 101,325 \text{ kPa}$ ) ergibt sich aus obiger Gleichung daher eine maximale Höhe von etwa  $(p_{außen} - p_0)/(\rho \cdot g) = 10,1 \text{ m}$ , wenn man kinetische Energie und Dissipation vernachlässigt (der wahre Wert ist daher etwas kleiner).

### 5.2.2. Entgaste Flüssigkeiten

Um die Kavitation, d. h. die Blasenbildung im Flüssigkeitsinneren, zu unterdrücken, müssen die oben erwähnten Nukleationskeime eliminiert werden, wozu man die Flüssigkeiten hinreichend lange bei Unterdruck ausgast. Auch wenn der Druck im Heber

<sup>15</sup> Die Autoren in [11] berechnen einen Wert von  $Re = 2 \cdot r \cdot \rho \cdot v_H / \eta \approx 700$  (siehe Text vor Gl. {12}), was einer laminaren Strömung entspräche, haben aber für ihren Schlauchdurchmesser von  $2 \cdot r = 12 \text{ mm}$  versehentlich den zehnfach kleineren Wert  $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  eingesetzt.

<sup>16</sup> Die in [11] vorgeschlagene Erklärung „an hypothesis proposed here is that the weight of the tongue of water falling over the edge of the waterfall is sufficient to suck water into the siphon and maintain flow comparable to the normal operation of the siphon“ entspricht der bereits in Kapitel 4 kritisierten Fehlvorstellung des „Ziehens“ oder „Saugens“.

unter den Dampfdruck  $p_0$  fällt, verhindern die molekularen Kohäsionskräfte ein Auseinanderfallen der Flüssigkeitssäule. Blasen bilden sich erst, wenn der mit dem Übergang in die Gasphase verbundene Energiegewinn größer ist als die Bindungsenergie der umgebenden Moleküle (die charakteristische physikalische Größe ist hierbei die Dehnungsfestigkeit, engl. „tensile strength“). Auf diese Art und Weise lassen sich Saugheber unter Bedingungen nahe dem Vakuum betreiben (in [7] z. B. mit einer ionischen Flüssigkeit bei nur  $5 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}$ , also mehr als 8 Größenordnungen unter dem Luftdruck). Umgekehrt wurde für Wasser unter Luftdruck eine Heberhöhe von etwa 15 m realisiert, also oberhalb der obengenannten barometrischen Grenze von 10,1 m [9, 10]. Die Tatsache, dass der Druck an der höchsten Stelle des Hebers dann negativ wird, stellt kein Problem dar. Schließlich sind die Referenzwerte der Druck- und Energieskalen ja frei gewählt worden (siehe Kapitel 3).

## 6. Mechanische und elektrische Analogien

Wir wollen hier kurz drei Analogien besprechen und auf ihre Vor- und Nachteile eingehen.

### 6.1. Schiefe Ebene

Ein Körper, der wie in Abb. 11 gezeigt eine schiefe Ebene hinunterrutscht, wird sich wegen der auftretenden Reibung nach einer Anfangsphase wie die Flüssigkeit im Heber mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, wobei seine potenzielle Energie ebenfalls linear als Funktion des zurückgelegten Weges abnimmt, bis er den Fußpunkt erreicht hat (vgl. Abb. 9). Darüber hinaus trägt diese Analogie sogar für die äußere Kraft (Gl. {20}): Die Hangabtriebskraft bei der schiefen Ebene,  $F_H = m \cdot g \cdot \sin \varphi$ , ist das Produkt von Schwerkraft  $m \cdot g$  und dem durch den Neigungswinkel bestimmten Geometriefaktor  $\sin \varphi = \Delta h / l_E$ , nämlich dem Höhenunterschied  $\Delta h$  dividiert durch die Länge  $l_E$  der schiefen Ebene. Also ist  $F_H = m \cdot g \cdot \Delta h / l_E$  und die strömende Flüssigkeit im Heber kann im Energie- wie im Kraftbild guten Gewissens mit einer Reihe von Kisten verglichen werden, die hintereinander mit reibungsbedingt konstanter Geschwindigkeit eine schiefe Ebene hinuntergleiten (siehe Abb. 11). Dabei spielt es auch keine Rolle, ob die Kisten aneinander gekettet sind (Kohäsionskräfte existieren in einer Flüssigkeit, sind aber für die Ausbildung der Strömung nicht relevant). Allerdings ist die Bewegung im Raum nicht die gleiche: Im mechanischen Modell bewegen sich die Kisten immer nur abwärts, wohingegen sich die Flüssigkeit im Heber zunächst auf- und dann abwärts bewegt.

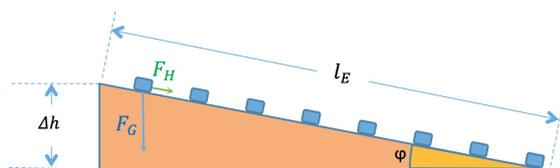
### 6.2. Kettenmodell

Das sogenannte Kettenmodell, welches in einer Vielzahl von Publikationen herangezogen wird [1, 4, 5, 12, 21], ist in Abb. 12 skizziert. Eine Kette wird über eine Rolle gehängt, wobei die freien Ketten-teile, die nicht in den Auffangbehältern ruhen, auf

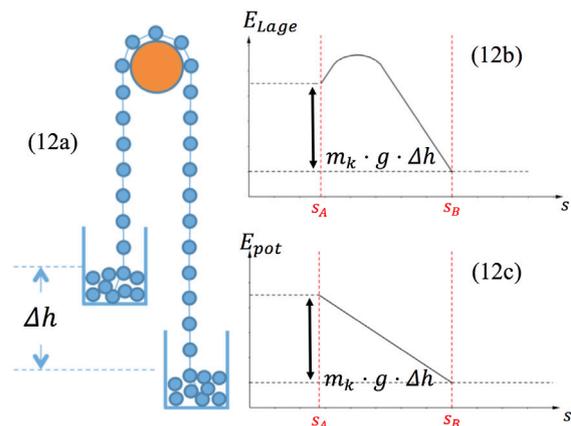
den beiden Seiten unterschiedlich lang sind ( $l_{links} < l_{rechts}$  mit der freien Kettenlänge  $l_{Kette} = l_{links} + l_{rechts}$ ). Die Kette gleitet dann in Richtung des unteren Behälters. Die beiden Gläser können so nachgeführt werden, dass die Höhendifferenz  $\Delta h = l_{rechts} - l_{links}$  konstant bleibt. Insgesamt wirkt dann analog zu Gl. {20} auf die freie Kette der Masse  $m$  die Kraft  $F = m \cdot g \cdot \Delta h / l_{Kette}$  bzw. der entsprechende Kraftanteil auf jedes einzelne Kettenglied der Masse  $m_k$ .

Die potenzielle Energie eines Kettenglieds nimmt analog zum Verlauf in Abb. 9 entlang eines Weges der Länge  $s$  um  $F \cdot s$  ab, bis die gesamte Energiedifferenz  $\Delta E_{pot} = F \cdot l_{Kette} = m_k \cdot g \cdot \Delta h$  in kinetische Energie umgewandelt bzw. über Reibung dissipiert wurde (siehe Abb. 12c). Die einzelnen Kettenglieder bewegen sich auch wie die Flüssigkeit im Heber auf der linken Seite zunächst aufwärts und auf der rechten Seite wieder abwärts. Die mechanische Analogie trifft damit sowohl das Kraft- und Energiebild als auch die räumliche Bewegung der Vorgänge im Heber. Dennoch ist sie nicht ungefährlich, da sie leicht zu Fehlkonzepten führt.

- a) Zum einen sind Schülerinnen und Schüler wie auch Studierende im ersten Semester es zumeist gewohnt, in der Mechanik Lageenergie und potenzielle Energie gleichzusetzen. Dies ist hier nicht der Fall (vgl. Abb. 12 b und c), da ja ein einzelnes Kettenglied nicht nur der direkt auf es wirkenden Schwerkraft ausgesetzt ist, sondern auch den von den anderen Kettengliedern übertragenen Kräften. Wird dies nicht auseinandergehalten, wird die räumliche Darstellung – der „Berg“, über den die Kettenglieder gehoben werden – implizit auf das Energiebild übertragen.
- b) Zum anderen wird im Kettenmodell oft anschaulich argumentiert, das überhängende Kettenstück der Länge  $\Delta h$  (auf der rechten Seite in Abb. 12a) ziehe den Rest der Kette nach sich. Dies ist für die Kette zwar in Ordnung, jedoch nicht auf den Heber zu übertragen, der auch mit Gasen arbeiten kann, deren Moleküle nicht über Kohäsionskräfte miteinander „verkettet“ sind (siehe hierzu die Diskussion im letzten Abschnitt von Kapitel 4).



**Abb. 11:** Schiefe Ebene, auf der Kästen hinuntergleiten.  $\vec{F}_G$  bezeichnet die Gewichtskraft, die Hangabtriebskraft  $\vec{F}_H$  ihre Komponente parallel zur Oberfläche.



**Abb. 12:** (a) Skizze des Kettenmodells (frei nach [21]). Eine über eine Rolle geführte Kette, deren Enden sich in Gläsern auf unterschiedlichen Höhen befinden, bewegt sich in Richtung des tiefer gelegenen Glases. Die Gläser werden so nachgeführt, dass  $\Delta h$  konstant bleibt. Bei der Bewegung nimmt die Lageenergie eines einzelnen Kettengliedes der Masse  $m_k$  als Funktion des zurückgelegten Weges von  $s_A$  nach  $s_B$  zwar zunächst zu und dann wieder ab (b), seine gesamte potenzielle Energie hingegen sinkt kontinuierlich (c).

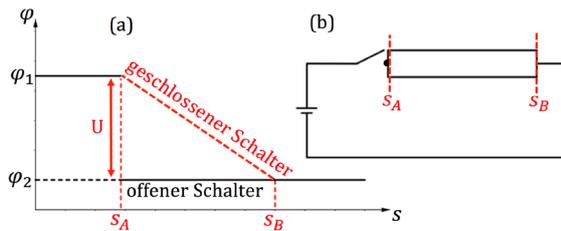
### 6.3. Elektrischer Stromfluss durch einen ohmschen Widerstand

Wir betrachten hier einen elektrischen Stromkreis bestehend aus einer Spannungsquelle, einem Schalter und einem ohmschen Widerstand  $R$  der Länge  $d$ . Hierbei wird nun das elektrische Potenzial, d. h. die Energie pro Ladung,  $\varphi = E_{pot}/e$ , als Funktion des Ortes aufgetragen (siehe Abb. 13).

Die beim Saugheber relevante Änderung  $\Delta E_{pot}/V = \rho \cdot g \cdot \Delta h$  entspricht nun der Potenzialdifferenz, also der Spannung  $U = \Delta\varphi$  (anders ausgedrückt:  $\Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h$  wird durch die elektrische Energiedifferenz  $e \cdot U$  ersetzt). Wird der Schalter geschlossen, fällt die Spannung entlang des gesamten Widerstandes ab: Die potenzielle Energie sinkt linear als Funktion des Ortes, da der Stromfluss  $I$  zu einer Erwärmung des Widerstandes führt. Der geöffnete und der geschlossene Stromkreis erweisen sich im Energiebild also als eine gute Analogie (vgl. Abb. 6 und 9 mit Abb. 13 links). Gleiches gilt für die auf die Elektronen wirkende Kraft vom Betrag

$$|\vec{F}| = e |\text{grad } \varphi| = e \cdot \frac{U}{d}. \quad \{24\}$$

Dies ist das Analogon zu Gl. {20} mit den Entsprechungen  $m \cdot g \cdot \Delta h \leftrightarrow e U$  für die Differenz der potenziellen Energie und  $l_H \leftrightarrow d$  für die Länge des Hebers bzw. des Widerstandes. Das Gesetz von Hagen-Poiseuille, Gl. {13}, entspricht der Gleichung  $U/d = (\rho_{el}/A) \cdot I$  mit dem spezifischen Widerstand  $\rho_{el}$  und dem Querschnitt  $A$ , und damit der bekannten Gleichung  $U = R \cdot I$ .



**Abb. 13:** Elektrisches Potenzial (Energie pro Ladung) als Funktion des Ortes entlang eines Stromkreises mit einem ohmschen Widerstand (der Widerstand der Zuleitungen sei vernachlässigbar klein). Bei geöffnetem Schalter fließt kein Strom und der Potentialsprung entspricht der Spannung  $U$  (vergl. Abb. 6). Wird der Schalter geschlossen, fließt ein Strom, und die Differenz der potenziellen Energie wird als Wärme im ohmschen Widerstand dissipiert. Da der Widerstand proportional zur Länge ist, geschieht dies kontinuierlich und das Potenzial sinkt linear als Funktion des Ortes (vgl. Abb. 9).

### 7. Fazit

Wie wir gezeigt haben, ist allein eine kontinuierliche Ab- oder Zunahme des Schweredruckes keine hinreichende Bedingung für den Antrieb oder die Behinderung einer Strömung. Die potenzielle Energie eines Volumen- oder Massenelementes ist die entscheidende Größe, um die Funktionsweise des Saughebers zu verstehen: Die potenzielle Energiedichte ergibt sich aus der Summe von Schweredruck und Lageenergie pro Volumen. Der Unterschied zwischen der Flüssigkeit im oberen und im unteren Behälter,  $\Delta E_{pot}/V = \rho \cdot g \cdot \Delta h$ , ist unabhängig davon, ob der Heber geöffnet oder geschlossen ist. Der gleichgroße Druckabfall tritt hingegen nur im statischen Fall an einer Absperrmembran auf. Obwohl die Flüssigkeit im Heber räumlich über den Rand des höher gelegenen Gefäßes angehoben wird und in ein niedriger gelegenes strömt, nimmt ihre potenzielle Energie dabei kontinuierlich ab (reibungsbehafteter Strömungsfall) bzw. bleibt konstant (reibungs-freier Grenzfall idealer Flüssigkeiten). Kohäsionskräfte sind zwar für die Existenz der flüssigen Phase wichtig und legen daher die Bedingungen für den erforderlichen Außendruck bzw. die maximale Heberhöhe fest, jedoch sind sie für den Strömungsantrieb nicht erforderlich. In der Tat lassen sich auch Gase, deren Dichte größer ist als die der Umgebungsluft, mit einem Saugheber transportieren. Die Vorstellung, das Gewicht der fallenden Flüssigkeit im längeren Heberarm ziehe die Flüssigkeit im kürzeren Heberarm nach oben und dieses Ziehen werde über intermolekulare Kohäsionskräfte vermittelt, ist daher irreführend.

Hervorgerufen wird die obige Differenz der potenziellen Energiedichte dadurch, dass man zuvor das Fluid in einem Behälter gegen die Wirkung der Schwerkraft anhebt (bzw. einen höher gelegenen Behälter füllt) und damit an jedem Volumenelement bzw. Tropfen Arbeit verrichtet. In der Schwerelosigkeit ( $g \rightarrow 0$ ) gäbe es keinen Strömungsantrieb.

In einem nachfolgenden Artikel werden wir uns mit Erklärungsmöglichkeiten für den Schulunterricht befassen. Wir werden auch darauf eingehen, wie man in der Schule oder in Anfängervorlesungen an der Hochschule der in Einleitung und Kapitel 2 angesprochenen Begriffsverwirrung frühzeitig entgegenwirken kann – gegebenenfalls auch ohne Rückgriff auf den Saugheber.

### 8. Randbedingungen zur Erzeugung einer laminaren Strömung

Abschließend wollen wir noch kurz die geometrischen Bedingungen ableiten, unter denen wie in Kapitel 4 diskutiert die kinetische Energie klein gegenüber der Differenz der potenziellen Energie ist, die wiederum über Reibung im Heberinneren dissipiert wird. Aus Gl. {18} folgt

$$v_H \approx \rho \cdot g \cdot \frac{\Delta h}{\alpha \cdot l_H} \quad \{25\}$$

mit  $\alpha$  aus Gl. {13} (die Strömungsgeschwindigkeit ist also proportional zu  $\Delta h \cdot r^2/l_H$ ). Die Laminaritätsbedingung Gl. {12} wird dann zu

$$\frac{\Delta h \cdot r^3}{l_H} \leq \frac{4000}{g} \cdot \left(\frac{\eta}{\rho}\right)^2 \quad \{26\}$$

Hierbei haben wir stillschweigend vorausgesetzt, dass der Querschnitt des oberen Beckens so groß ist, dass wir dort die Reibung vernachlässigen können. Wollen wir zusätzlich den maximal möglichen Stofftransport sicherstellen, sodass  $v_H$  tatsächlich der maximal möglichen Geschwindigkeit bei laminarer Strömung entspricht (Gl. {12}), so folgt aus der Ungleichung {18} zusätzlich die Bedingung

$$\frac{r}{l_H} \ll \frac{16}{500} = 0,032 \quad \{27\}$$

Im Falle von Wasser ( $\eta \approx 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $\rho \approx 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) sind Gl. {26} und {27} beispielsweise bei einem Heberradius von 1 mm und einer Heberlänge von 1 m bis zu einem Höhenunterschied  $\Delta h$  von etwa 40 cm erfüllt (bei der die Strömungsgeschwindigkeit 0,5 m/s bzw. die Durchflussrate  $i = v_H \cdot \pi r^2$  lediglich 1,57 ml/s beträgt).

### 9. Literatur

- [1] C. Steinbrinck, Erwiderung *Zur Theorie des Schenkelhebers. II*, Zeitschrift für den physikalischen und Chemischen Unterricht, 18. Jahrgang (1905), S. 24-27
- [2] A. Weinhold, Entgegnung *Zur Theorie des Schenkelhebers. II*, Zeitschrift für den physikalischen und Chemischen Unterricht, 18. Jahrgang (1905), S. 153-156
- [3] E. Penzold, *Über die Druckverhältnisse im Saugheber*, Zeitschrift für den physikalischen und Chemischen Unterricht, 18. Jahrgang (1905), S. 156-157
- [4] S. Ganci and V. Yegorenkov, *Historical and pedagogical aspects of a humble instrument*, Eur. J. Phys. 29 (2008) 421-430

- [5] S. W. Hughes, *A practical example of a siphon at work*, *Physics Education* 45 (2). 2010, 162-166
- [6] S. W. Hughes, *The secret siphon*, *Physics Education* 46 (3). 2011, 298-302
- [7] A. L. Boatwright, S. Puttick, P. Licence, *Can a Siphon Work In Vacuo?*, *J. Chem. Educ.* 2011, 88, 1547-1550, doi: 10.1021/ed2001818
- [8] A. Richert and P.-M. Binder, *Siphons, Revisited*, *The Physics Teacher*, Vol. 49, 2011, 78-80
- [9] F. Vera, R. Rivera, D. Romero-Maltrana, J. Villanueva, *Negative Pressures and the First Water Siphon Taller than 10.33 Meters*, *PLOS ONE*, 2016, 1-11, doi: 10.1371/journal.pone.0153055
- [10] A. Boatwright, S. Hughes and J. Barry, *The height limit of a siphon*, *Scientific Reports*, 5:16790 (2015), doi: 10.1038/srep16790 ([www.nature.com/scientificreports](http://www.nature.com/scientificreports))
- [11] Stephen Hughes and S. Gurung, *Exploring the boundary between a siphon and barometer in a hydrobaric chamber*, *Scientific Reports* (2014), 4:4741, p. 1-5, doi: 10.1038/srep04741
- [12] <https://en.wikipedia.org/wiki/Siphon> (letzter Aufruf 12.10.2017)
- [13] Lüders, K. & von Oppen, G., *Dynamik von Flüssigkeiten und Gasen, Strömungslehre*. In Bergmann/Schaefer Physik Online (2008). Berlin, Boston: De Gruyter. Aufgerufen am 19. Oktober 2017: <https://www.degruyter.com/view/BSPO/BSPO1.1.1>
- [14] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, 2015, Springer Spektrum Berlin, Heidelberg, ISBN 978-3-662-45977-5 (eBook) (Kapitel 3.4)
- [15] W. Demtröder, *Experimentalphysik I, Mechanik und Wärme*, 7. Auflage, 2015, Springer Spektrum, ISBN 978-3-662-46414-4 (Kapitel 6.3 und 8)
- [16] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Physik, Bachelor-Edition*, 2. überarbeitete Auflage, 2013, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, ISBN 978-3-527-41181-8 (Kapitel 15)
- [17] D. C. Giancoli, *Physik*, 3. Erweiterte Auflage, 2010, Pearson Studium, ISBN 978-3-86894-023-7 (Kapitel 13)
- [18] A. Potter, F. H. Barnes, *The siphon*, *Physics Education*, Volume 6, Number 5, 1971, 362-366
- [19] Lüders, K. & von Oppen, G., *Schweredruck in Gasen*. In *Bergmann/Schaefer Physik Online* (2008). Berlin, Boston: De Gruyter. Aufgerufen am 19. Oktober 2017: <https://www.degruyter.com/view/BSPO/BSPO1.1.10.6>
- [20] Bergmann-Schäfer, *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Band I, *Mechanik, Akustik, Wärme*, 9. verbesserte Auflage, 1974, Walter de Gruyter, Berlin, New York, ISBN 3 11 004861 2 (Kapitel 52)
- [21] R. W. Pohl, *Einführung in die Physik*, 1. Band, *Mechanik, Akustik und Wärmelehre*, 17. Auflage, Springer Berlin Heidelberg, 1969 (Kapitel IX, §82)
- [22] *Physikalische Freihandexperimente*, Band 1 *Mechanik*, (Experiment „2.20 Ein Saugheber“, S. 285-286), Aulis Verlag Deubner, Köln 2004, ISBN 3-7614-2535-X
- [23] LEIFIphysik, Versuch Saugheber unter <https://www.leifiphysik.de/mechanik/druckkolben-und-schweredruck/versuche> (letzter Aufruf am 11.12.2017)
- [24] O. Höfling, *Physik*, Band I, 15. Auflage, 1979, Dümmler, Bonn, ISBN 3-427-41035-8 (Kapitel 1.6.7)
- [25] W. Kuhn, *Physik*, Band I, 1975, Westermann, Braunschweig, ISBN 3-14-15 1021-0 (Kapitel 4.22)
- [26] Bergmann Schröder, *Einführung in die Physik*, Sekundarstufe 1, Ausgabe E, 1979, Diesterweg, Frankfurt am Main ISBN 3-425-05087-7 (Kapitel 3.5.2)
- [27] Bergmann Schröder, *Einführung in die Physik*, Sekundarstufe 1, Ausgabe E, 1987, Diesterweg, Frankfurt am Main ISBN 3-425-95087-8 (S. 190)
- [28] Lehrplan Physik, Klassenstufen 7 und 8, Saarland, Ministerium für Bildung und Kultur, 2013, <https://www.saarland.de/209629.htm> (letzter Aufruf 19.10.2017)
- [29] [https://de.wikipedia.org/wiki/Heber\\_\(Ger%C3%A4t\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Heber_(Ger%C3%A4t)) (letzter Aufruf 17.10.2017)
- [30] <https://www.haustechnikdialog.de/SHKwissen/1389/Saugheberprinzip-Saugheberwirkung> (letzter Aufruf 17.10.2017)
- [31] E. Kircher, R. Girwitz, P. Häußler, *Physikdidaktik*, 2. Auflage (2001) Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, ISBN 3-540-41936-5
- [32] P. Reinhold (2010), *Den Physikunterricht fundieren*. In H. F. Mikelskis (Hrsg.), *Physik-Didaktik*, 5. Auflage, Cornelsen Verlag Berlin, ISBN 978-3-589-22148-6
- [33] R. Girwitz, R. Berger (2010), *Elementarisierung*. In H. Wiesner, H. Schecker, M. Hopf (Hrsg.), *Physikdidaktik kompakt*, Aulis Verlag, ISBN 978-3-7614-27842
- [34] FlinnScientific, *Pouring and Siphoning a Gas*, <https://www.youtube.com/watch?v=FWybQPxKy1U> (2009) (letzter Aufruf 2.10.2017)
- [35] L. A. Crum, *Tensile strength of water*, *Nature* 278, 148-149 (1979)

### Danksagung

Diese Arbeit wäre nicht ohne die vielfältigen Anregungen von und Diskussionen mit dem Fachleiter für Physik Dirk Blaß entstanden, der vor Verlassen des Artikels leider verstorben ist. Des Weiteren

danken wir den Physiklehrern Willi Göbel, Thomas Klein und Hayo Schmitt für hilfreiche Anregungen.

Finanziell gefördert wurde die Arbeit im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung des BMBF (Projekt SaLUt, Teilprojekt „Frühzeitige Verknüpfung von Fachwissenschaft und Fachdidaktik in der Lehramtsausbildung der Physik“).

