

Komplexe Systeme und Selbstregulation: eine Modellsystemsequenz für fächerübergreifendes Lernen

Thorsten Bell

IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften,
Olshausenstraße 62, 24098 Kiel

(Eingegangen: 18.01.2006; Angenommen: 24.12.2007)

Kurzfassung

Dieser Beitrag stellt eine fächerübergreifende Sequenz von Modellsystemen vor, die Schülerinnen und Schülern der S II Zugänge zum Themenbereich *Komplexe Systeme, Strukturbildung und Selbstregulation* eröffnet. Die Sequenz beginnt in den Bereichen Mechanik und Akustik (Musikinstrumente). Ausführlich wird eine Elementarisierung der selbsterregten Schwingungen eines Reibungspendels beschrieben, das als Analogon für eine gestrichene Saite sowie eine angeblasene Orgelpfeife dient. Anhand der Modellsysteme können Schüler durch grafische Konstruktion die Strukturprinzipien Rückkopplung und Fließgleichgewicht entdecken und lernen, sie zur qualitativen, analogiebasierten Erklärung von Prozessen der Selbstregulation einzusetzen. Weitere Beispiele aus den Bereichen der Biologie, des motorischen Lernens und der Ökonomie werden cursorisch vorgestellt und erprobte Lernphasen bei der Exploration selbstregulierender Modellsysteme vorgeschlagen.

Vorbemerkung

Dieser Artikel stellt unterrichtsrelevante Entwicklungen des Promotionsvorhabens des Autors [1] in einer übersichtlichen Form zusammen. Während andere Veröffentlichungen des Autors [2,3] bestimmte für die Lehr-Lernforschung relevante Ergebnisse im Detail erläutert haben, konzentriert dieser Beitrag sich auf die Darstellung elementarer Prinzipien im Bereich Selbstregulation sowie unterrichtsrelevanter Beispiele („Modellsysteme“), die Schülerinnen und Schülern der S II helfen, diese Prinzipien zu erfassen. Damit verbunden ist die Hoffnung, dass die Vorschläge einem größeren Leserkreis zugänglich werden und Eingang in den Unterricht finden. Zunächst wird in Abschnitt 1 dargelegt, warum die Betrachtung komplexer Systeme einen wesentlichen Beitrag zu einer modernen Weltansicht liefert. Abschnitt 2 arbeitet anhand einschlägiger Literatur Prinzipien der Selbstorganisation heraus und wählt für den Bereich der Selbstregulation als einfachster Stufe der Selbstorganisation zentrale Prinzipien aus. Diese können Schülerinnen und Schüler der S II anhand der in Abschnitt 3 beschriebenen Systeme mit Unterstützung entdecken und grafisch konstruieren. Während einige Darstellungen in Abschnitt 3 (v.a. 3.2.2) als Hintergrundinformation dienen und auch physikalisch-mathematisch in die Tiefe gehen, umreißen die Abschnitte 3.1, 3.5 und 4.1 eine mit Hilfe einer mehrstufigen Lernprozessstudie entwickelte Konzeption, wie die beschriebenen Beispiele im Unterricht für qualitative, grafisch orientierte Schüleruntersuchungen eingesetzt werden können.

1. Komplexität und heutige Weltansicht

In zeitgemäßen Bemühungen, die Welt zu verstehen, spielen komplexe Systeme eine immer größere Rolle. Die immens angestiegenen Kapazitäten elektronischer Rechensysteme ermöglichen der Wissenschaft, den Blick auf immer komplexere Systeme zu richten. Damit einher geht die Bildung neuer wissenschaftlicher Begriffe, Konzepte und Verfahren. Neue Wissenschaftszweige wie die Nichtlineare Dynamik, die Künstliche Intelligenz sind entstanden, andere wie die Astrophysik und die Materialforschung werden durch aufwändige Simulationen weiter vorangetrieben [4-7]. Interdisziplinäre Konzeptionen wie die Allgemeine Systemtheorie, die Synergetik, Theorien der Strukturbildung, der Selbstorganisation und komplexer Systeme sehen die neue Forschung unter vereinheitlichenden Perspektiven [8-13]. Im Zuge dieser Entwicklung gewinnen viele wissenschaftlichen Disziplinen an Realitätsnähe und an Relevanz auch für Fragen des alltäglichen Lebens und der menschlichen Gesellschaft: So werden heute komplexe ökologische Wechselwirkungen modelliert, z.B. in der Populationsbiologie [z.B. 14], Wirtschaftsinstitute prognostizieren die Entwicklung von Volkswirtschaften und der Weltwirtschaft [15], und die Klimaforschung kann vor möglichen Folgen menschlichen Handelns in Form von Erderwärmung und Abschwächung des Golfstroms warnen [16,17]. Es ist offenkundig, dass viele Schlüsselprobleme der modernen Gesellschaft [18], wenn überhaupt, nur durch Wissen und Kompetenzen im Umgang mit komplexen Systemen bewältigt werden können. In vielen Feldern der modernen Berufswelt – so etwa in der Verfahrenstechnik (z.B. [19]) – ergeben sich

dieselben Anforderungen. In welcher Weise und an welcher Stelle können Schülerinnen und Schüler der allgemeinbildenden Schulen diese neuen Kompetenzen erwerben?

Verschiedene Versuche, systemisches Denken an komplexen Problemstellungen zu üben, erbrachten wenig Erfolg versprechende Ergebnisse. So führte D. Dörner mehrere Studien zum komplexen Problemlösen durch, in denen Versuchspersonen äußerst komplexe, computersimulierte Systeme wie z.B. die fiktive afrikanische Region *Tanaland* oder die Kleinstadt *Lohhausen* managen sollten. Immer wieder waren in den Versuchen bestimmte Fehlleistungen zu registrieren, etwa die Nichtberücksichtigung zeitlich verzögerter Entwicklungen oder von Fern- und Nebenwirkungen [20]. Die unvorbereitete Konfrontation mit der vollen Komplexität realistischer Kontexte überforderte die allermeisten Probanden verständlicherweise. Um systemisches Denken zu fördern, ist daher eher ein Bottom-up-Prozess zu empfehlen, bei dem zunächst elementare Phänomene analysiert und aus ihnen komplexere Strukturen zusammengesetzt werden. Es erhebt sich die Frage nach dem „Elementaren“ am Komplexen, das einerseits noch vermittelbar ist, andererseits schon den Keim struktureller und dynamischer Komplexität in sich trägt.

2. Prinzipien der Selbstorganisation in komplexen Systemen

An dieser Stelle wird zunächst ein Blick auf in der Literatur zu findende Prinzipien der Selbstorganisation geworfen; Beispiele zu ihrer Konkretisierung folgen im Abschnitt 3. In den Theorien zur Selbstorganisation und Strukturbildung werden vielfach vereinheitlichende Prinzipien herausgearbeitet. Da komplexe Phänomene unterschiedliche Perspektiven der Beschreibung zulassen, sind Prinzipien auf verschiedenen Ebenen zu entdecken. So stellen Ebeling und Feistel [13] zwölf Prinzipien zusammen, die Prozesse der Selbstorganisation aus verschiedenen Richtungen in den Blick nehmen. Tabelle 1 basiert zum Teil auf der Aufstellung bei Ebeling und Feistel, greift weitere Formulierungen der Theorien von Prigogine [9] und Haken [11] mit auf und nimmt eine Gruppierung nach verschiedenen Aspekten vor. Dabei liefert die Tabelle *mögliche* Formulierungen und *mögliche* Klassifikationen; andere Einteilungen sind denkbar. Auch sind Überschneidungen aufgrund vielfältiger Verschränkungen der Prinzipien kaum zu vermeiden.

Tabelle 1 stellt die *allgemein-systemische Perspektive* voran: Strukturbildende Systeme sind als offene Systeme zu begreifen: Sie tauschen mit ihrer Umgebung Materie, Energie, Entropie und Information aus. Ihre Entwicklung ist somit durch äußere Gegebenheiten sowie durch innere Wirkungsgefüge bedingt. Danach wird die *allgemein-systemische Perspektive* durch Aspekte genauer spezifiziert, die ihren Ursprung in den Naturwissenschaften haben:

<p>Systemische Perspektive:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Offenheit des Systems • Äußere und innere Bedingtheit der Entwicklung • interne Relationen (Beziehungsgefüge)
<p>Thermodynamische Perspektive:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Energiezufuhr und Energietransformation • Entropieexport (Abgabe geringwertiger Energie) • Gleichgewichtsferne (überkritische Distanz eines Kontrollparameters) • Irreversibilität
<p>Dynamische Perspektive (einzelne Entwicklungsstufe):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Selbstverstärkung durch positive Rückkopplung • Stabilisierung durch negative Rückkopplung • Nichtlinearität • Bildung von Ordnungsparametern (Versklavung)
<p>Prinzipien des Stufenübergangs:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Beschränkte Vorhersagbarkeit (Rolle des Zufalls, Ordnung aus Fluktuationen) • Symmetriebrechung • Phasenübergangscharakter • Historizität

Tab. 1: Zusammenstellung von Prinzipien der Selbstorganisation (bzw. Synergetik).

Die *thermodynamische Perspektive* beschreibt unter anderem die physikalische Ausprägung systemischer Offenheit. Des Weiteren wurde in dieser Disziplin der Begriff des thermodynamischen Gleichgewichts eingeführt und die Erkenntnis gewonnen, dass Strukturbildung stattfinden kann, wenn ein äußerer Antrieb, beschreibbar durch einen Kontrollparameter, das System in hinreichender (überkritischer) Distanz vom Gleichgewicht hält. Das strukturbildende System nimmt hochwertige Energie auf und gibt geringwertige ab (Energieentwertung), es exportiert Entropie. Die zunächst auf eine einzelne Entwicklungsstufe bezogene *dynamische Perspektive* beschreibt systeminterne Relationen in der Sprache der Naturwissenschaft und hebt die zentrale Rolle nichtlinearer Rückkopplungsstrukturen zur Bildung einer dynamischen Ordnung hervor. Die *Prinzipien des Stufenübergangs* charakterisieren Evolutionsprozesse im Ganzen, unter Einbeziehung mindestens zweier oder auch beliebig vieler aufeinander folgender Entwicklungsstufen.

Unter thermodynamischer Perspektive wird der durch das System tretende Energiestrom mit Antriebscharakter zum hervorragenden Strukturmerkmal. Die Durchflussstruktur ist die notwendige Voraussetzung der Strukturbildung. Sie besteht aus Energiezufuhr und -abgabe (inklusive des Entropieexports) und hält das System fern vom thermodynamischen Gleichgewicht. Wenn ein selbstregulierendes System einen stationären Zustand erreicht, dann wird die Durchflussstruktur zur Fließgleichge-

wichtsstruktur. In der internen Systemdynamik spielen positive und negative Rückkopplungen (mit Nichtlinearität) die zentrale Rolle. Positive Rückkopplungen können zufällige Fluktuationen verstärken und so ein Ausgreifen der Systementwicklung in neue Bereiche hervorbringen (Anfachung). Negative Rückkopplungen bringen durch ein Wechselspiel von Anfachung und Dämpfung eine Stabilisierung des neu Entwickelten hervor. Nichtlinearität ist unumgänglich, damit die Dämpfung die Anfachung bei einem bestimmten Wert des Kontrollparameters überholen kann. Die selbstständige Bewahrung einer Ordnung trotz unvermeidlicher störender Einflüsse kann nur durch Wirkungsverknüpfungen nach dem Prinzip der negativen Rückkopplung kausal erklärt werden. In dieser Hinsicht können antreibender Durchstrom bzw. Fließgleichgewicht und Rückkopplung als Strukturprinzipien der Selbstorganisation bezeichnet werden. Darüber hinaus stehen Durchstrom bzw. Fließgleichgewicht und Rückkopplung in enger Beziehung: Der fortwährende Antrieb erhält die rückkoppelnden Prozesse aufrecht, während letztere die Stärke von Ein- und Ausstrom regulieren. Die Kombination aus treibendem Einwegprozess und katalysierendem Zyklus wird – so auch E. Jantsch [12] – zur Fundamentalstruktur der Selbstorganisation.

Der im Folgenden vorgeschlagene Ansatz nimmt eine *Beschränkung auf den Bereich der Selbstregulation im engeren Sinne* vor. Es werden Systeme betrachtet, die eine einstufige Entwicklung hin zu einem stabilen Fixpunkt eines Ordnungsparameters aufweisen und Selbstregulation modellhaft verdeutlichen können („Modellsysteme“): An diesen Systemen sind die Herausbildung einer dynamischen Ordnung (zeitliche Strukturbildung) sowie die Prinzipien der Rückkopplung, des energetischen Antriebs und des Fließgleichgewichts in relativ einfacher Weise zu studieren, wie im Folgenden gezeigt wird.

3. Sequenz selbstregulierender Modellsysteme

3.1 Übersicht und Allgemeines

Im Rahmen eines Promotionsvorhabens [1] wurde eine Sequenz selbstregulierender Modellsysteme mit ansteigender Abstraktion und Komplexität zusammengestellt und als Lerneinheit erprobt (Tabelle 2). Die Sequenz ermöglicht Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe II, die Prinzipien der dynamischen Ordnung, der Rückkopplung und des Fließgleichgewichts sowie weitere Konzepte (siehe Abschnitt 3.5) an anschaulichen Modellsystemen durch grafische Konstruktion zu entdecken, dann auf abstraktere und komplexere Systeme zu übertragen und dadurch zu verallgemeinern. Die Sequenz startet im Bereich der Physik mit mechanischen Beispielen (Spielzeug-Pickspecht; Reibungspendel), die eine einfache zeitliche Struktur in Form einer regelmäßigen Schwingung bilden. Die Lerneinheit nimmt dann Musikinstrumente und Akustik mit hinzu (Sai-



Abb. 1: Der Spielzeug-Pickspecht in einer handelsüblichen Ausführung.

te; Orgelpfeife), schreitet fort im Bereich biologischer Selbstregulation (Blutzucker) und willentlich gesteuerter Aktionen (motorisches Lernen, Auge-Arm-Koordination) und schließt mit einem ökonomischen Beispiel (Preisregulation). Die Selbstregulation dieser Systeme wird *qualitativ* durch grafische Konstruktion von Zeitdiagrammen (z.B. Abb. 3), Rückkopplungsschemata (Wirkungsdiagrammen, z.B. Abb. 11) und Fließgleichgewichtsschemata zum Energiestrom (Abb. 8), gegebenenfalls auch zum Materiestrom, erklärt. Das grafische Modellieren kann mit Hilfestellung von den Lernenden selbst ausgeführt werden [3]. Bei jedem Beispiel wird das Lernen in mehrere Phasen vorstrukturiert, die jeweils aus selbstständigen und deutlich stimulierten Teilen bestehen, wie in Abschnitt 4 beschrieben wird.

Pilotstudien im Rahmen der Gesamtuntersuchung (vgl. [1]) hatten den Pickspecht (Abb. 1) als sehr geeignet für den Anfang der Modellsystemsequenz erwiesen. Wird der Pickspecht in seiner verkanteten Ruhelage am oberen Ende seiner Stange angestoßen,

Sequenz selbstregulierender Modellsysteme	
Domäne	Modellsystem
Mechanik	Spielzeug-Pickspecht
	Reibungspendel
Akustik Musikinstrumente	Saite (gestrichen)
	Orgelpfeife
Biologie	Blutzuckerregulation
Willentliche Aktion	Auge-Arm-Koordination
Ökonomie	Preisregulation

Tab. 2: Sequenz von Modellsystemen (von oben nach unten) in einer Lerneinheit über Selbstregulation.

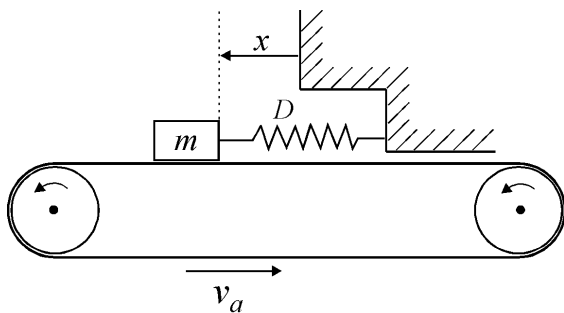


Abb. 2: Modell eines mechanischen Oszillators, der durch Reibung an einem mit der Geschwindigkeit v_a laufenden Band angetrieben wird (nach [23, S.128]).

löst sich die ihn haltende Ringmuffe. Die beim Fallen aufgenommene Energie wird beim Wiederverkanten in Schwingungsenergie umgesetzt. Der Specht schwingt sich in einen Zustand regelmäßigen Wechsels von Verkanten und Fallen ein, und zwar durch folgende *negative Rückkopplung*: Je stärker er schwingt, desto weniger neue Energie kann er aufnehmen. Der Pickspecht realisiert im Mittel über eine Schwingungsperiode ein *energetisches Fließgleichgewicht*. Da die Funktionsweise des Spielzeug-Pickspechts bereits Gegenstand didaktischer Überlegungen geworden ist [21], sollen hier vor allem das Reibungspendel sowie in Grundzügen die Musikinstrumente thematisiert werden. Informationen zu allen genannten sowie weiteren prinzipiell in die Sequenz passenden Modellsystemen finden sich in [1].

3.2 Analyse und Elementarisierung zum Reibungspendel

3.2.1 Mögliche Kontexte

Das Reibungspendel steht für eine Klasse von Phänomenen, die an vielen Stellen des alltäglichen Lebens anzutreffen sind. Das Funktionsprinzip des

Reibungspendels liegt manchen praktisch genutzten Systemen zugrunde, z.B. der gestrichenen *Geige*. Es eignet sich gut als Analogon für die gestrichene Saite (s.u.), wie Abbildung 2 erkennen lässt. Doch auch als unerwünschte Effekte tauchen Mechanismen des Reibungspendels auf, z.B. bei einer quietschenden Tür oder Bremse. Bei Reibungszuständen sind über eine Schwingungsperiode hinweg Phasen der Haftreibung und Phasen der Gleitreibung zu unterscheiden; Haft-Gleit-Mechanismen kommen zum Tragen (*stick-and-slip motion*). Reibungsphänomene sorgen einerseits, wie gewohnt, für Energieverluste, andererseits vermitteln Reibungskräfte dem System auch den Antrieb. Reibung kann an diesen Phänomenen somit in unterschiedlicher Ausprägung betrachtet werden (konstruktive Rolle der Reibung, vgl. [22]).

In physikalischer Systematik gehören Reibungspendel in die Klasse der selbsterregten Schwinger: Sie sind in der Lage, das Energiereservoir eines kontinuierlichen Antriebs periodisch anzupapfen und sich durch Rückkopplungsmechanismen in einen Zustand ausgeglichener Energiebilanz einzuschwingen (energetisches Fließgleichgewicht). Befindet sich das Pendel zunächst in Ruhelage und setzt dann der Antrieb ein, schwingt es sich über wenige Perioden ein (Abb. 3); eine manuelle Störung wird ebenso zügig ausgedämpft. Diese Beobachtungen können Schüler – in Anlehnung an den zuvor behandelten Pickspecht und mit leichter Hilfe – am Reibungspendel relativ schnell machen und in einem Zeitdiagramm wie in Abbildung 3 festhalten.

3.2.2 Analyse zum Reibungspendel

Abbildung 2 zeigt eine übersichtliche Anordnung zur Demonstration des Funktionsprinzips eines Reibungspendels. Durch Reibungskräfte R regt ein Förderband, das sich gleichmäßig mit der Geschwindigkeit v_a bewegt, eine Masse m an einer horizontal ausgerichteten Feder der Härte D zu Schwingungen mit der Auslenkung $x(t)$ an. Ein

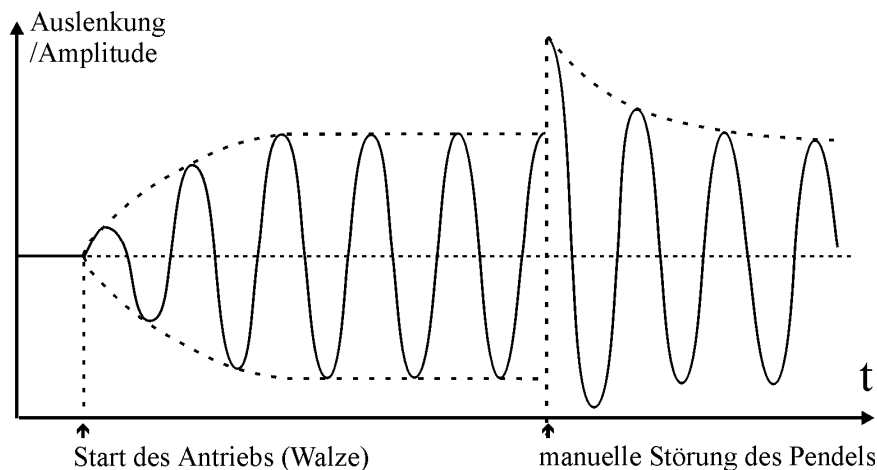


Abb. 3: Entwicklung der Auslenkung (bzw. Amplitude, gestrichelt) des Reibungspendels aus der Ruhelage nach Start des Antriebs und nach Störung des Pendels per Hand zu einer größeren Amplitude hin.



Abb. 4: Das Reibungspendel in einer gut laufenden Ausführung; Pendel bei max. Auslenkung.

Schwingungszyklus kann folgendermaßen beschrieben werden: Das Band führt die aufliegende Masse in der Haftphase bei anwachsender Haftreibungskraft R_H mit bis zum Abrisspunkt (Punkt B in den Abbildungen 7a, 7b), an dem die Rückstellkraft $-Dx$ der Feder genauso groß wird wie die maximale Haftreibungskraft $R_{H,\max} = \mu_H \cdot F_G$ (Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$; Haftreibungskoeffizient μ_H). Nach Abriss vom Band kommt der Oszillator schnell zum Stillstand und schwingt dann in Richtung negativer Auslenkung gegen die Gleitreibungskraft R_G . Dabei wird er bald zusätzlich durch die Feder gebremst, kehrt um, wird wieder in positive Richtung beschleunigt und haftet erneut auf dem Antriebsband (ab Punkt C in Abb. 7). Die Reibungskraft vom Band verschiebt den Schwingungsmittelpunkt in Richtung des Antriebs.

Bei Vernachlässigung der Luftreibung lautet die Bewegungsgleichung des Reibungoszillators [23, S. 128ff]:

$$m \ddot{x} + D x + R = 0. \quad (1)$$

Mit der in Abbildung 4 gezeigten Reibungspendel-Ausführung, die auch in einer Lernprozessuntersuchung verwendet wurde, lassen sich einfacher als beim Bandoszillator ein relativ stabiler Aufbau und gute Laufeigenschaften realisieren: Eine Metallwalze (Messing) wird von einem Scheibenwischermotor angetrieben und hat konstante Umfangsgeschwindigkeit v_W . Sie regt ihrerseits einen lose aufliegenden Metallring (Aluminium) mit einem daran befestigten Pendelstab zu Schwingungen an. Abbildung 5 zeigt diesen Aufbau schematisch. In Gleichung (1) sind für diesen Aufbau bei kleinen Auslenkungen lediglich x als Winkelvariable aufzufassen und m durch das Trägheitsmoment J sowie D durch $m \cdot g \cdot l_S$ zu ersetzen (l_S ist die Entfernung des Schwerpunkts S des Pendels vom Drehpunkt).

Die Reibungskraft R (als Haft- bzw. Gleitreibungskraft) ist in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit $v_{rel} = \dot{x} - v_a$ zwischen dem Antrieb und dem Oszillator zu beschreiben. Im einfachsten Ansatz

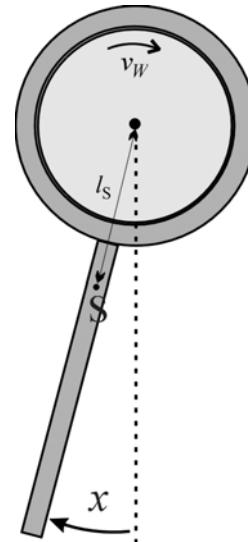


Abb. 5: Reibungspendel mit Walzenantrieb. Drehende Walze hellgrau, Ring und Pendelstange dunkelgrau.

wählt man für die Gleitphase eine Coulomb-Reibung, die nur vom Vorzeichen der Relativgeschwindigkeit abhängt:

$$R = R_G \operatorname{sgn} v_{rel}, \quad R_G = \mu_G F_G \quad \text{für } v_{rel} \neq 0. \\ |R| \leq R_{H,\max}, \quad R_H = \mu_H F_G \quad \text{für } v_{rel} = 0. \quad (2)$$

Darin sind μ_G bzw. μ_H die Gleit- bzw. Haftreibungskoeffizienten und $F_G = mg$ die Gewichtskraft. Die Federkraft wird in der Haftphase durch die Haftreibungskraft R_H kompensiert, bis die maximale Haftreibungskraft überschritten wird und ein Abriss erfolgt; letztere nimmt dabei Werte des Bereichs $[-R_{H,\max}, +R_{H,\max}]$ an. Bei Annahme von Coulomb-Reibung folgen aus der Bewegungsgleichung im Falle kleiner Amplituden (genauer: $\dot{x} < v_a$) sinus-

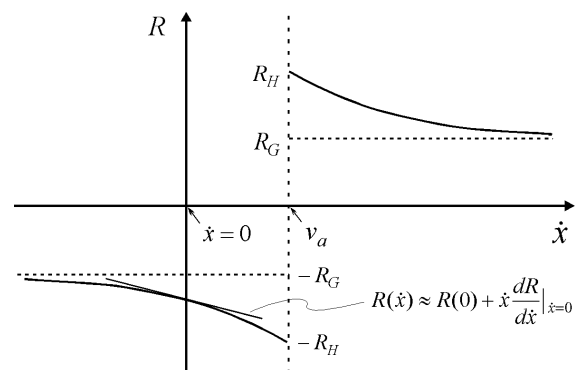


Abb. 6: Kontinuierlicher Übergang zwischen Gleitreibung R_G und Haftreibung R_H beim Reibungoszillator in Abhängigkeit von seiner Geschwindigkeit (nach [23, S.131]).

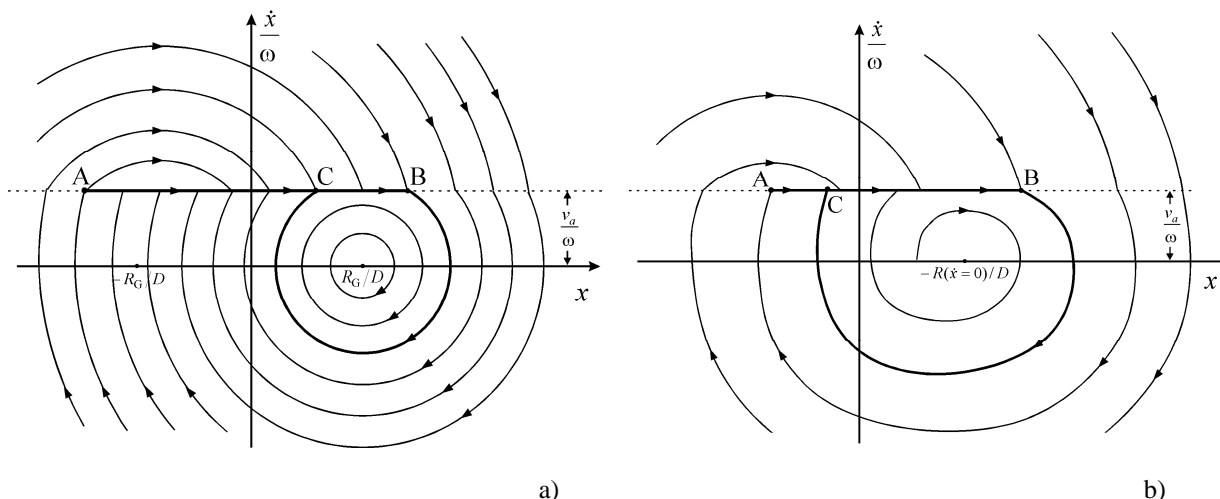


Abb. 7: Phasendiagramme des Reibungsoszillators: a) vereinfachtes Modell mit Coulomb-Reibung, die Bewegungszyklen geringer Amplitude sind stabil; b) realistischer Verlauf bei geschwindigkeitsabhängiger Reibung; beliebige Trajektorien entwickeln sich spiralförmig zum Grenzzyklus (dicke Linie) hin (nach [23, S. 130f]).

förmige Schwingungen mit $\omega^2 = D/m$ um den Schwingungsmittelpunkt $x = R_G/D$. Das Phasendiagramm zeigt bei geeigneter Skalierung Kreisbögen in diesem Bereich (Abb. 7a). Bei Erreichen der Bandgeschwindigkeit werden die Kreise durch die Haftphase abgeflacht. Bei einem Start mit $\dot{x} > v_a$ ergibt sich in der Phasebene ein Kreisbogen um den Punkt $(-R_G/D, 0)$. Bei einem Punkt zwischen A und B geht diese Trajektorie in die Haftphase über und gelangt schließlich in den Grenzzyklus durch B und C, also in den oben beschriebenen stabilen Schwingungszustand.

Jedoch ist die Stärke der Reibung zwischen Haften und Gleiten in Wirklichkeit *kontinuierlich* abhängig von der Geschwindigkeit, wie in Abbildung 6 dargestellt. Diese Kurve $R(\dot{x})$ weist im Anstieg zur Haftreibungskraft $R_{H,max}$ und bei der Diskontinuität für $v_{rel} = 0$ *Nichtlinearitäten* auf. Im nächst einfachen Ansatz linearisiert man die Reibungskraft $R(\dot{x})$ um den Punkt $\dot{x} = 0$ (siehe Abb. 6) in folgender Weise:

$$R(\dot{x}) \approx R(0) + \dot{x} \left. \frac{dR}{d\dot{x}} \right|_{\dot{x}=0} = R(0) - r \cdot \dot{x} \quad (3)$$

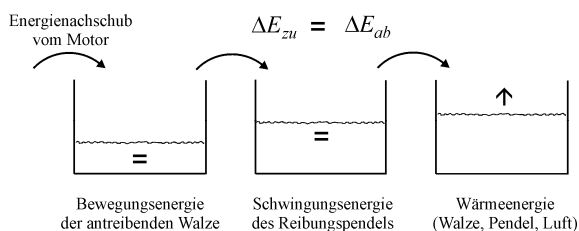


Abb. 8: Fließgleichgewichtsschema zum Reibungspendel. Eine solche Grafik können die Lernenden im Unterricht konstruieren.

mit $r = - \left. \frac{dR}{d\dot{x}} \right|_{\dot{x}=0} > 0$.

Verschiebt man die Auslenkungscoordinate nach $\tilde{x} = x + R(0)/D$, ergibt sich im Bereich $\dot{x} < v_a$ die Bewegungsgleichung einer *negativ* gedämpften harmonischen Schwingung:

$$\ddot{\tilde{x}} - \frac{r}{m} \dot{\tilde{x}} + \omega^2 \tilde{x} = 0 \quad (4)$$

Die Lösungen von (4) sind gute Näherungen für die in Abbildung 7b gezeigten realistischen Trajektorien. Sie unterscheiden sich von den Lösungen im Falle von Coulomb-Reibung qualitativ dadurch, dass im Bereich $\dot{x} < v_a$ Anfachung (negative Dämpfung) stattfindet: Kleinere Oszillationen sind nicht stabil, sondern entwickeln sich spiralförmig zum Grenzzyklus hin.

Beim Reibungspendel kann man folgendermaßen

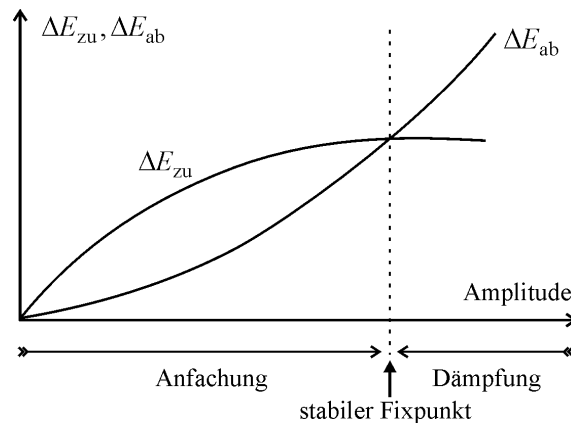


Abb. 9: Energiezufuhr und -abgabe beim Reibungspendel in Abhängigkeit von seiner Amplitude: Am Fixpunkt überholt die Energieabgabe die -zufuhr.

Energiebetrachtungen durchführen: Vernachlässigt man weiterhin die Luftreibung und berücksichtigt nur die Wechselwirkung des Pendels mit dem Antrieb, dann erhält man als momentanen Energietransfer die Leistung $P = R(\dot{x}) \cdot \dot{x}$. Dem Pendel wird Energie zugeführt ($P > 0$), wenn Reibungskraft und Geschwindigkeit des Pendels in dieselbe Richtung zeigen. Während des Teilstücks der Haftphase, das von negativer Auslenkung zur Ruhelage führt, kommt es zur Energieabgabe des Schwingers, im folgenden Teilstück (positive Auslenkung) hingegen zur Energiezufuhr. In der Gleitphase auf dem Rückweg des Pendels kommt es zu Energieverlust. Hat sich das Reibungspendel eingeschwungen, dann bilden die vom Pendel je Zyklus aus dem Antrieb aufgenommene Energiemenge ΔE_{zu} und die abgegebene Energiemenge ΔE_{ab} ein *Fließgleichgewicht*, wie in Abbildung 8 in einer Flüssigkeitsanalogie dargestellt. Aufgrund unterschiedlicher nichtlinearer Abhängigkeiten von der Relativgeschwindigkeit überholen die Energieverluste die Energieaufnahme, wenn die Amplitude den Grenzzyklus erreicht; dieser stellt einen stabilen Fixpunkt der Amplitude dar. Energiezufuhr und Energieverlust pro Periode können auch in Abhängigkeit von der Amplitude des Reibungspendels dargestellt werden, wie in Abbildung 9 qualitativ gezeigt (vgl. [23, S. 126]). Damit ein stabiler Fixpunkt vorliegen kann, muss mindestens eine der Kurven nichtlinear verlaufen. Eine Darstellung wie in Abbildung 9 wurde in den Lernprozessstudien allerdings nicht untersucht.

Reibungspendel kann im Unterricht auf eine vereinfachte, qualitative Argumentation zurückgegriffen werden, die aber Grundzüge der Analyse in Abschnitt 3.2.2 enthält. Lernprozessuntersuchungen zeigten, dass die qualitativen Ausführungen sehr gewinnbringend durch eine Grafik wie Abbildung 10 unterstützt werden können [1], die den Schülern zur Verfügung gestellt wird. Sie zeigt zum einen den Pendelzyklus mit der Abwechslung von Haften und Gleiten und zum anderen die Teilstücke der Bewegung mit Energiezufuhr (hellgrau) und Energieabgabe (dunkelgrau). Außer den beschriebenen Stücken des Haftens auf dem Hinweg und des Gleitens auf dem Rückweg sind „Randphasen“ gezeigt, die wegen Trägheit des Schwingers zustande kommen (größer als in Realität dargestellt): Das Pendel wird nämlich nach dem Abreißen aus der Haftphase vor der Umkehr erst auf die Geschwindigkeit Null verzögert und nach der anderen Umkehr erst wieder beschleunigt. Zusätzlich ist ein Teilstück eingeführt, in welcher das Pendel (mit Geschwindigkeit v_p) die Antriebswalze (mit Umfangsgeschwindigkeit v_w) überholt, was Energieabgabe des Pendels bedeutet. Diese Zusatzphase tritt auf, wenn das Pendel mit großer Amplitude gestartet oder aus dem Grenzzyklus durch Anstoßen hin zu großen Geschwindigkeiten gestört wird. Ein solches Anstoßen eignet sich im Unterricht sehr gut zur Veranschaulichung der Störfallregulation. Die Überholphase verschwindet im stationären Schwingungszustand. Nachdem man im Unterricht zunächst Überlegungen zum Gleichgewicht von Energiezufuhr und -abgabe im stabilen

3.2.3 Didaktische Reduktion
Bei der hier vorgestellten Konzeption sollen im Unterricht lediglich die wesentlichen Prinzipien qualitativ herausgearbeitet werden. Die Schülerinnen und Schüler beobachten und beschreiben das Verhalten des Reibungspendels und erhalten den Auftrag ein Zeitdiagramm zu erstellen (siehe Abb. 3). Aus diesem sollen das Einschwingen und die Regulation nach einer Störung ersichtlich sein. Ein weiterer Auftrag leitet Beschreibungen und grafische Darstellungen der Energieumwandlungen ein; Abbildung 8 wäre hier ein gut zu erreichendes Zielprodukt. Dann geht es an die Erklärung des Verhaltens, zunächst am besten der stabilen Schwingung: Zur qualitativen Begründung der Stabilität des Grenzzyklus beim

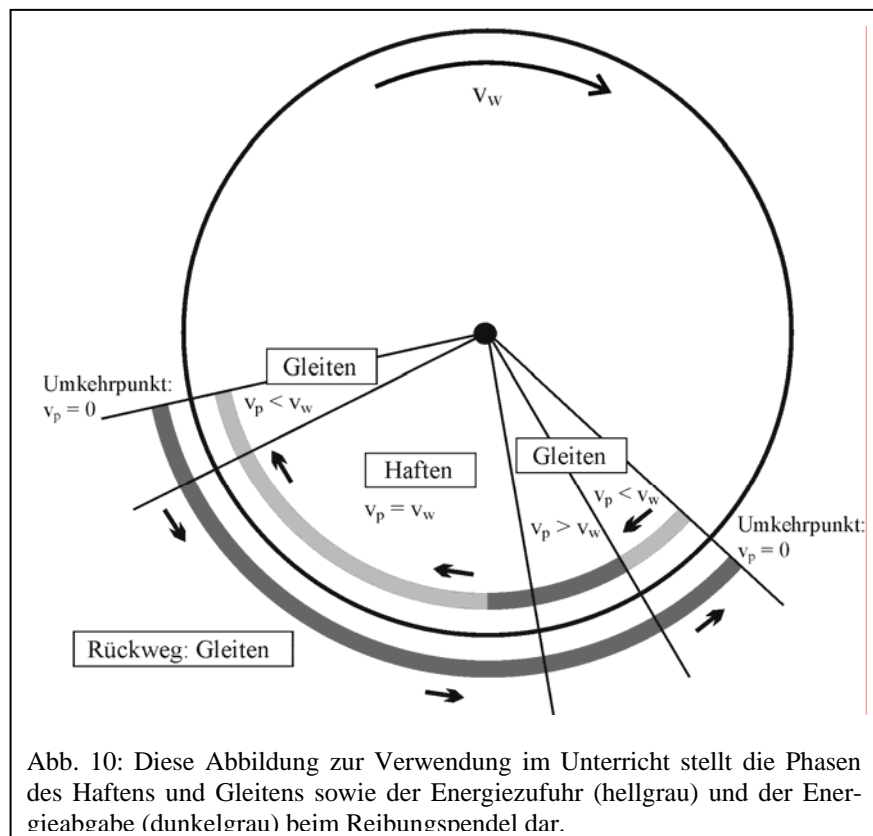


Abb. 10: Diese Abbildung zur Verwendung im Unterricht stellt die Phasen des Haftens und Gleitens sowie der Energiezufuhr (hellgrau) und der Energieabgabe (dunkelgrau) beim Reibungspendel dar.

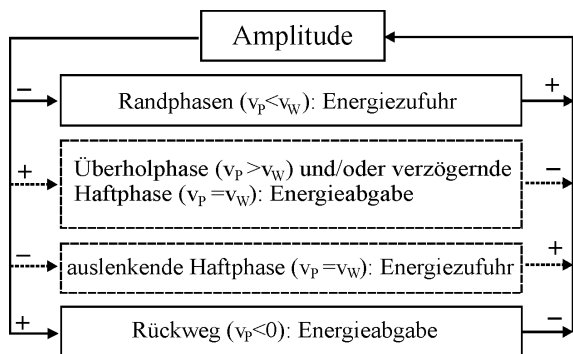


Abb. 11: Regelkreisschema zum Reibungspendel. Die gestrichelten Teile sind nur bei bestimmten Amplituden gegeben: die Haftphasen nur bei Erreichen des Grenzyklus, die Überholphase nur bei großen Amplituden. Ein bis zwei Maschen dieser Grafik sollen die Lernenden im Unterricht konstruieren.

Schwingungszustand angestellt hat, kann man mit Unterstützung der Abbildung 10 folgende vereinfachte Argumentation konstruieren: Bei Start des Pendels mit zu großer Amplitude oder bei Versetzen eines Stoßes, der seine Geschwindigkeit erhöht, ist im Vergleich zur stabilen Schwingung das beschleunigende Randstück mit Energieaufnahme verkleinert. Es tritt die Phase mit $v_p > v_w$ auf, was zusätzliche Energieabgabe bedeutet, und unter Umständen ist dadurch auch das zweite Teilstück der Haftphase mit Energieaufnahme verkleinert. Insgesamt ergibt sich also eine Netto-Energieabgabe. Im Falle *zu kleiner* Amplitude ergibt sich, wenn v_p stets kleiner als v_w ist (keine Haftphase), auf dem Hinweg *noch gar keine* Energieabgabe, sondern nur Energieaufnahme. Dies bedeutet, dass die Gleitphasen in Abbildung 10 sich nicht nur am Rand befinden, sondern den ganzen Hinweg ausfüllen. Die Energieabgabe auf dem genauso langen Rückweg ist kleiner als die Energieaufnahme auf dem Hinweg, da auf dem Rückweg eine größere Relativgeschwindigkeit zwischen Walze und Pendel vorliegt. Um die Anfa-

chung der Schwingung bei kleinen Amplituden, wie in Abschnitt 3.2.2 quantitativ dargestellt, zu erklären, muss man also die kontinuierliche Geschwindigkeitsabhängigkeit der Reibungskraft mit einbeziehen, aber *nur qualitativ*; die *genaue* Kurvenform $R(\dot{x})$ ist hier nicht wichtig. Abbildung 11 stellt die Regulationsmechanismen in Form eines Pfeildiagramms 2. Stufe (zum Begriff: [24, S. 61]) mit vier Regelkreismaschen dar. Die Lernprozessuntersuchungen zeigten, dass es den meisten Schülergruppen gelingt ein oder zwei der Rückkopplungsschleifen zu entdecken und aufzuzeichnen, am häufigsten die Schleife, in der die Amplitude die Überholphase beeinflusst (zweite Schleife von oben in Abb. 11). Will man die Zusammenhänge vollständiger vermitteln, dann empfiehlt sich ein Zusammentragen der Gruppenergebnisse und ggf. eine von der Lehrkraft gesteuerte Vervollständigung. Abbildung 12 zeigt das Ineinandergreifen von zyklischer Energieumsetzung beim Pendel (Bewegungsenergie und potentielle Energie des Pendels) und energetischem Durchstrom (Energiezufuhr und -abgabe). Diese Darstellung, die z.B. von der Lehrkraft ergänzt werden kann (Phase 6 in Abschnitt 4.1), half in den Untersuchungen vielen Schülern, die beiden Prinzipien Energie-Durchstrom und Rückkopplung mental zu vereinen (siehe Abschnitt 4.1); mehrere Schüler fertigten in einem zweiten Anlauf (also nach getrennten Aufzeichnungen zu Fließgleichgewicht und Regelkreis) selbstständig ähnliche Skizzen an, um sich den Zusammenhang klar zu machen.

3.3 Musikinstrumente

3.3.1 Prinzipien kontinuierlicher Tonerzeuger
Aufgrund des Bezugs zum Fach Musik und in der Hoffnung, Interessen von Schülerinnen und Schülern zu treffen, findet die Behandlung von Musikinstrumenten auch Eingang in das Schulfach Physik. Aus physikalischer Sicht sind Musikinstrumente sehr komplexe Systeme; eine auch nur annähernde Beschreibung ist sehr aufwändig. Zur Vereinfachung wird meist eine statische Beschreibung des stationä-

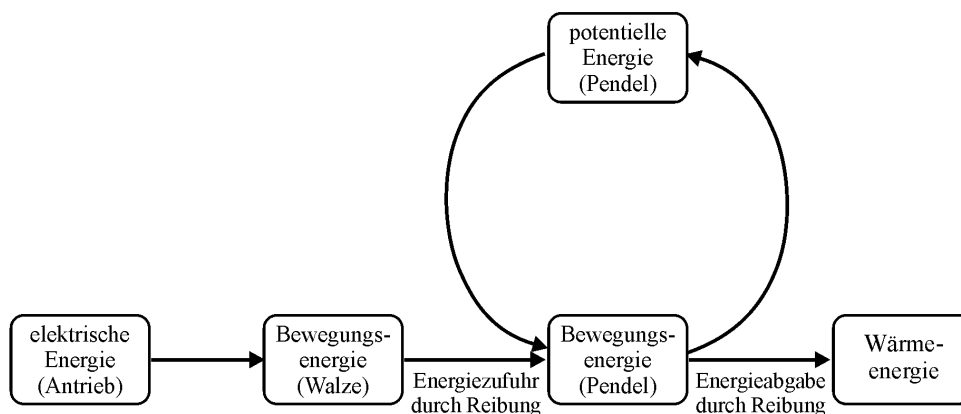


Abb. 12: Grafische Vereinigung von Zyklus- und Durchstromprinzip auf energetischer Ebene.

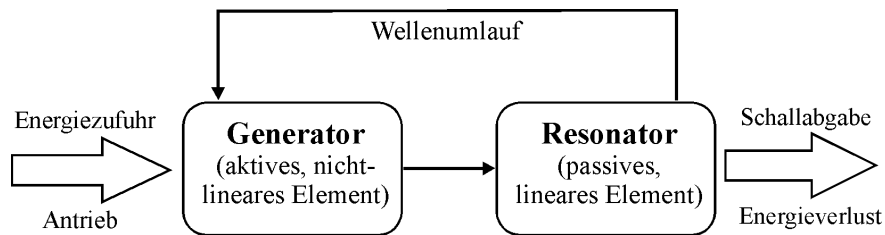


Abb. 13: Energiefluss- und Rückkopplungsschema für Musikinstrumente mit kontinuierlicher Tonerzeugung (nach [25, S.1325]; Erläuterungen im Text).

ren Schwingungszustands eines Musikinstruments durchgeführt. Dabei betrachtet man gewöhnlich die Schwingungsformen von Luftsäulen und Saiten als stehende Wellen auf linearen Medien und die dabei geometrisch möglichen Frequenzen, also Grund- und Oberschwingungen, aber schon seltener deren Superposition. In diesem Beitrag wird anstelle einer Betrachtung im Frequenzbereich ein Zugang in der Zeitdomäne vorgestellt. Er vermittelt Einsicht in die dynamischen Vorgänge verschiedener Musikinstrumente und in die Rolle, welche die Prinzipien Rückkopplung und Fließgleichgewicht dabei spielen.

Musikinstrumente, mit denen *kontinuierliche* Töne erzeugt werden, weisen eine interessante Analogiebeziehung auf, wie von verschiedenen Autoren hervorgehoben wird (z.B. [25, S. 1325f]). Die Analogie basiert auf den Prinzipien der aktiven Resonanz und der Synchronisation nichtlinearer Oszillatoren. Diese Betrachtung teilt die Musikinstrumente in einen linearen Resonator (z.B. Saite, Luftsäule) und eine nichtlineare Komponente (z.B. der Bogen-Saite-Kontakt, die variable Öffnung des elastischen Blattes bei Holzblasinstrumenten bzw. der turbulente Luftstrom bei der (Orgel-) Pfeife) auf. Diese beiden Komponenten wechselwirken nach dem Schema in Abbildung 13: Über die nichtlineare Komponente wird der lineare, energetisch passive Resonator angetrieben. Im Resonator laufen Wellen hin und her, die wiederum Einfluss auf die Energiezufuhr an der nichtlinearen Komponente haben, diese nämlich synchronisieren. So kommt es zu Anfang der Tonentstehung zu einer Selbstverstärkung der Schwingungen. Nach typischerweise einigen Hundertstelsekunden (bei hoher Spielperfektion) ist ein stationärer Schwingungszustand erreicht, in dem Energiezufuhr und Energieabgabe sich ausgleichen (Fließgleichgewicht) [26]. Wie beim Reibungspendel sichert die unterschiedliche Abhängigkeit der Energiezufuhr und Energiedissipation von der Schwingungsamplitude die Stabilität dieses Zustands.

Die dynamischen Interaktionen in Form einer Rückkopplungsstruktur werden durch eine Betrachtung dieser Vorgänge in der Zeitdomäne zeitlich aufgelöst. Dies führt auf einfache, numerisch lösbare Modelle für Musikinstrumente auf Basis von Differenzgleichungen oder iterierten Abbildungen [25]. Auch chaotisches Verhalten von Musikinstrumenten kann auf diese Weise simuliert werden, wenngleich

dieses in der Spielpraxis unerwünscht ist [27]. In der hier vorgeschlagenen Leineinheit sollen jedoch wiederum nach bewährtem Muster lediglich der Einschwingvorgang und die stabile Schwingung (der stabile Ton) erklärt werden. Es wurden zwei Typen von Musikinstrumenten aufgenommen. Grundzüge der Beschreibungsweise sind im Folgenden dargestellt. Der dabei angedeutete historische Hintergrund (insbesondere zur gestrichenen Saite) mag sich in manchen Unterrichtsgängen zur Kontexteinbettung eignen.

3.3.2 Die gestrichene Saite

Soweit heute bekannt, stand am Anfang der mathematischen Naturerkenntnis die Betrachtung der klingenden Saite. Pythagoras von Samos (6. Jh. v. Chr., ca. 570-496) entwickelte aus seinen Beobachtungen an Monochorden eine erste Harmonielehre, basierend auf den Verhältnissen kleiner ganzer Zahlen. Vom 16. bis ins 18. Jahrhundert erlebte die Geigenbaukunst in den Schulen Oberitaliens kaum wieder erreichte Höhepunkte (mehr historische Details z.B. in [28]). Felix Savart (1791-1841, Chladni-Experimente), Hermann von Helmholtz (1821-1894) und C. V. Raman (1888-1970) leiteten eine vertiefte physikalische Betrachtung der Geige ein. Die Tonentstehung bei der Geige und anderen Streichinstrumenten sowie die Weiterentwicklung der Bauweise werden nach wie vor intensiv erforscht.

Im Schulunterricht kann in Analogie zum Reibungspendel ein einfacher, qualitativer Zugang zur gleichbleibend gestrichenen Geigensaite erarbeitet werden, losgelöst von den Resonanzeffekten des Korpus.

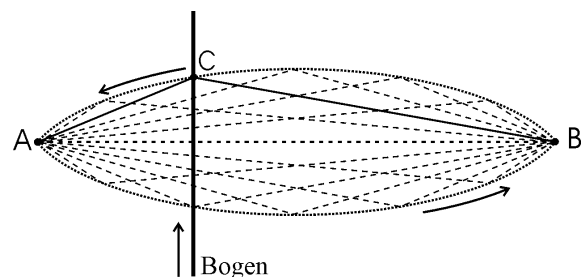


Abb. 14: Die Endpunkte A und B einer Saite sind fest eingespannt. Die Saite bildet beim Schwingen ein Dreieck, dessen Ecke C auf zwei parabelförmigen Kurven umläuft (nach [29, S.81]).

Dazu zählt zunächst die Beschreibung der Saitenschwingung, die mit bloßem Auge kaum wahrzunehmen ist. Im üblichen Spielmodus mit nicht zu geringem Bogendruck haftet die Saite am Bogen, während sie in Streichrichtung ausgelenkt wird. Hermann von Helmholtz beschrieb als erster 1860 die Bewegung der gestrichenen Saite [29]: Während des Streichens bildet die Saite stets ein Dreieck; zwei Ecken sind durch die Einspannpunkte gegeben (A und B in Abbildung 14) und die dritte Ecke (C in Abbildung 14) läuft auf zwei parabelförmigen, zueinander spiegelbildlichen Einhüllenden zwischen den Einspannpunkten um. Erreicht die umlaufende Ecke den Kontakt zwischen Bogen und Saite, bewirkt sie auf der einen Seite das *Ablösen* der Saite vom Haften zum Gleiten und auf der anderen Seite das „*Einrasten*“ der Saite am Bogen. Aus dieser Beschreibung des Bewegungszyklus der stehenden Welle ist die Rückkopplung zu erkennen, die zur synchronisierten Anzapfung des Energievorrats führt: Der Bogen regt eine umlaufende Saitenspitze an, die Spitze wiederum bewirkt Abriss bzw. Haftenbleiben und damit den weiteren Antrieb (vgl. das Schema in Abb. 13).

Betrachtet man nicht die ganze Saite, sondern nur das angestrichene Stück der Saite, ergibt sich eine zweite, mit der ersten konsistente Beschreibung der Bewegung. Helmholtz formuliert in seiner *Lehre von den Tonempfindungen* (1863) „Während des größeren Theiles jeder Schwingung haftet hier die Saite an dem Violinbogen, und wird von ihm mitgenommen; dann reisst sie sich plötzlich los und springt schnell zurück, um sogleich wieder von einem anderen Punkte des Bogens gefasst und mitgenommen zu werden.“ (zitiert nach [29, S. 78]). Diese Beschreibung des *lokalen* Bewegungszyklus ist offensichtlich völlig analog zur Analyse des Reibungspendels (Abschnitt 3.2.3), das daher als einfaches Modell für die lokalen Haft- und Gleitvorgänge bei der gestrichenen Saite im Unterricht dienen kann. Das Einschwingen der Saite, das sich als raues Anfangsgeräusch bemerkbar macht, und der stationäre Schwingungszustand (energetisches Fließgleichgewicht) sowie die Regulationsmechanismen (Abb. 11) lassen sich bei der Saite ganz analog zum Reibungspendel erklären. Die Saite erfährt außer am Bogen-Saite-Kontakt weitere Energieverluste durch Luftreibung und innere Reibung, die mit wachsender Amplitude

zunehmen. Abbildung 13 ist natürlich eng verwandt mit Abbildung 12; sie muss im Unterricht nicht unbedingt erreicht werden, eignet sich aber für eine vertiefende Behandlung, z.B. in einem Projektkurs. Ganz analog zur Saitenschwingung könnten übrigens auch die tonerzeugenden Schwingungen eines Trinkglases behandelt werden, auf dessen kreisförmiger Oberkante ein fettfreier Finger mit konstanter Umlaufgeschwindigkeit reibt.

3.3.3 Die Orgelpfeife

Auch bei der Orgelpfeife kommt das Wechselspiel einer nichtlinearen, anregenden Komponente und einer linearen passiven Komponente zum Tragen. Der Aufbau einer Orgelpfeife ist in Abbildung 15 gezeigt. Es wird im Folgenden zunächst der Selbsterregungsmechanismus der Orgelpfeife in Grundzügen beschrieben, der einen schon bestehenden Ton aufrechterhält. Der Ton einer Orgelpfeife kommt durch eine bzw. mehrere stehende Wellen in der Luftsäule im zylindrischen Pfeifenkörper zustande. Diese Grund- und Oberschwingungen entstehen als passive Resonanzen der linearen Orgelpfeifenkomponente. Hin- und herlaufende Wellen, die an den Enden jeweils reflektiert werden und die Resonanzbedingung erfüllen, bilden durch Superposition eine stehende Welle. Für den Antrieb der linearen Komponente sorgt der Luftstrom, den ein Gebläse mit einem bestimmten Anblasdruck in den Pfeifenfuß treibt. Die Kernspalte zwischen Kern und Unterlabium entlässt die Luft in Form einer zunächst schmalen Strömungslamelle (vgl. [30]). Hinter der Kernspalte wird diese Strömung sofort instabil und geht, wie Lord Rayleigh (1842-1919) an Kerzen beobachtete, in eine annähernd sinusförmig pendelnde, sich verbreiternde und verlangsamende Wellenlamelle über. Vor dem Oberlabium strömt die Wellenlamelle je nach ihrer momentanen Auslenkung durch den Aufschnitt aus der Pfeife hinaus oder in die Pfeife hinein. Auf diese Weise treibt sie die Luftsäulenschwingung im Pfeifenkörper an. Nach einer Beschreibung von Hermann von Helmholtz wird die Luftsäulenschwingung optimal angefacht, wenn der Luftstrom gerade in dem Moment in die Pfeife hineinpendelt, wenn der Schalldruck der Korpuschwingung am Oberlabium sein Maximum erreicht. In der konkurrierenden Beschreibung von Lord Rayleigh kann die am Oberlabium einströmende

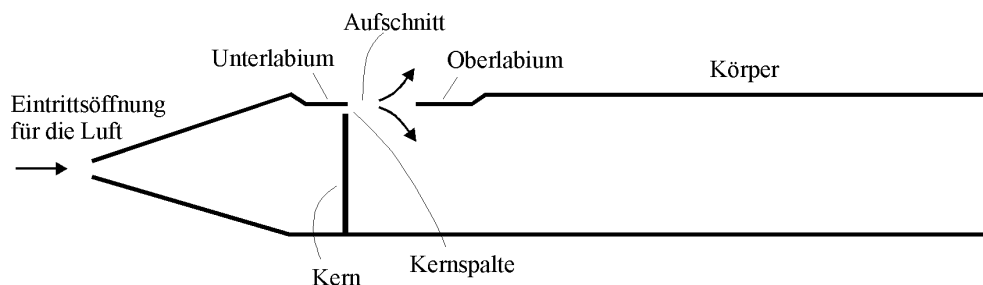


Abb. 15: Längsschnitt durch eine offene Labialpfeife.

Luft nur dann optimal Energie übertragen, wenn gerade die Schnelle der Korpussschwingung ihr Maximum erreicht. Neuere Untersuchungen ergaben, dass Rayleighs Theorie für hohe Anblasdrücke und niedrige Frequenzen zutrifft, die Beschreibung von Helmholtz hingegen für geringeren Anblasdruck und hohe Frequenzen. Bei der üblichen Nutzung von Orgelpfeifen herrscht der Helmholtz'sche Mechanismus vor [30]. Im Unterricht kann zwecks Vereinfachung auf die Helmholtz'sche Formulierung zurückgegriffen werden. Die Vorstellung vom phasengerecht antreibenden Luftstrom kann auch durch folgende Analogexperimente unterstützt werden: (1) Der von einer Kerze aufsteigende Rauch „pendelt“ und bildet – wie die Luftlamelle hinter der Kernspalte – nach oben einen wellenförmigen Strom. (2) Schüler regen einen an einem Faden aufgehängten Tischtennisball zur Schwingung an, indem sie ihn wiederholt in der Phase maximaler Auslenkung anblasen [31, S. 64]. Der stationäre Zustand der Orgelpfeifenschwingung ist wiederum durch ein *Fließgleichgewicht* charakterisiert, nämlich der durch den Luftstrom zugeführten und der durch Schallabstrahlung, durch ausströmende Luft sowie durch Turbulenzen und innere Reibung abgegebenen Energie.

Vor diesem Hintergrund lässt sich auch die Tonentstehung nach plötzlichem Einschalten des Anblasdrucks qualitativ verstehen. Kleine, *zufällige Fluktuationen* versetzen die Luftlamelle hinter der Kernspalte in ungeordnete Schwingungen, die zunächst ein großes Frequenzspektrum aufweisen. Ein zischendes Anblasgeräusch ist daher in dieser Phase der Tonentstehung zu hören. Der zunächst unregelmäßig am Oberlabium hin- und herpendelnde Luftstrom regt im Pfeifenkörper viele schwache Wellen verschiedener Frequenzen an. Diese laufen durch den Pfeifenkörper, werden am Ende reflektiert und kehren zurück. Hin- und herlaufende Wellen, welche die Resonanzbedingung erfüllen, überlagern sich konstruktiv zu stehenden Wellen. Die Resonanzwellen setzen sich in Konkurrenz mit anderen durch, weil sie den Luftantrieb am besten anzapfen und prägen der gesamten Luftsäule eine dynamische Struktur auf. Dies bezeichnet die Synergetik als *Versklavungsprinzip* [11]. Die *Rückkopplung* nach Abbildung 13 kommt dadurch zustande, dass die

Luftbewegungen der stehenden Wellen nun ihrerseits das Hin- und Herpendeln der Luftlamelle steuern. Die Rückkopplung sorgt dafür, dass die Lamelle ihre Energie bald phasengerecht auf die stehenden Wellen im Korpus überträgt. Der Luftstrom verstärkt periodisch die Grund- und Oberschwingungen und lässt sie über einige Umlaufzyklen hinweg anwachsen, bis die steigenden Verluste die Energiezufuhr ausgleichen. Die stehenden Wellen ihrerseits synchronisieren die Luftlamelle, so dass sie am Oberlabium sinusförmig mit der Grundfrequenz der Pfeife hin und her schwingt. Da das Oberlabium relativ zur Kernspalte ein kleines Stück versetzt ist, erzeugen sinusförmige Lamellenschwingungen eine asymmetrische Schwankung des in die Pfeife eintretenden Luftstroms und regt daher nicht nur die Grund-, sondern ebenfalls harmonische Oberschwingungen an [30, S.39f]. Bei Steigerung der Anblasstärke (*Kontrollparameter*) über einen kritischen Wert hinaus, gehen die Schwingungen der Orgelpfeife in einen anderen Zustand über (*Phasenübergang*). Durch dieses Überblasen erklingt ein um eine Oktave höherer Ton.

Die *Nichtlinearität* des Orgelpfeifenantriebs, die auch die Stabilisierung des Tons ermöglicht, besteht in einem Sättigungseffekt: Der Anteil des Luftvolumenflusses der pendelnden Luftlamelle, der *in* die Pfeife strömt, kann nur anwachsen, bis der ganze Lamellenstrom ins Pfeifeninnere geht.

Im Unterricht ist bei Behandlung der Orgelpfeife einige Hilfestellung nötig: Die Lernenden können die Tonentstehung durch Blasen in die Pfeife selbst entdecken und sollten nach den vorangegangenen Systemen auf die Idee kommen, dass ein Einschwingen durch Selbstregulation und somit eine Fließgleichgewichtsstruktur (gut einsehbar durch

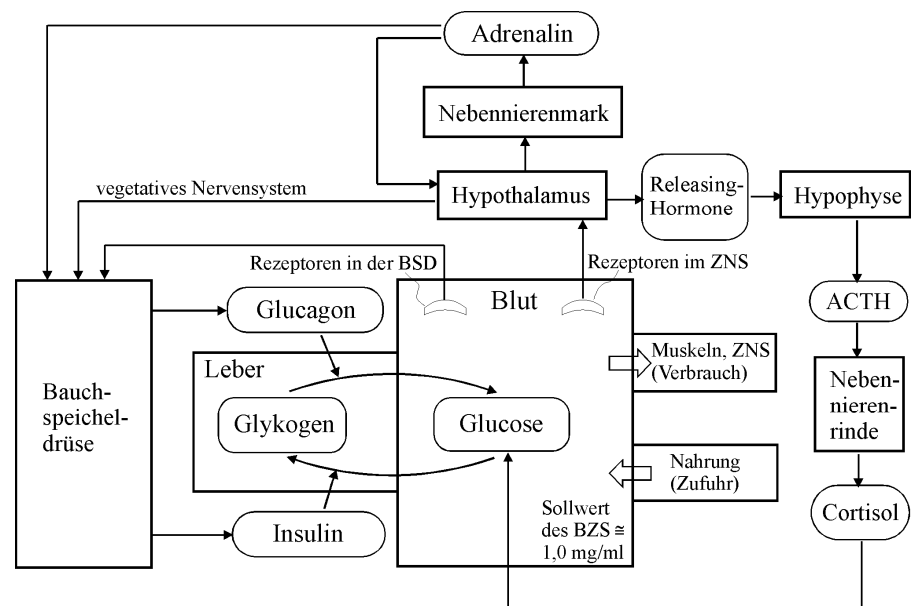


Abb. 16: Regelkreisdarstellung zur Blutzuckerregulation im menschlichen Körper (BZS = Blutzuckerspiegel; BSD = Bauchspeicheldrüse).

den Luftstrom) und eine Rückkopplungsstruktur vorliegen. Sie benötigen sodann Kenntnisse aus der Akustik, um die Rückkopplung genauer zu verstehen, nämlich über die Ausbreitung und Reflexion von Druckpulsen (am offenen Ende). Mit Hilfe der genannten Analogexperimente kann der Mechanismus dann einsichtig werden. Aufgrund der Schwierigkeit dieser Überlegungen ist in weniger versierten Kursen eine lehrergesteuerte grafische Konstruktion vorzuziehen, die sich an Abbildung 13 orientieren kann.

3.4 Weitere Modellsysteme der fächerübergreifenden Lernsequenz

Die weiteren Modellsysteme der in einer Lernprozessstudie untersuchten Lernsequenz sollen an dieser Stelle nur kurz beschrieben werden.

Nach den Musikinstrumenten kann ein Wechsel in den Bereich Biologie erfolgen. Hier eignet sich beispielsweise das auch alltagsrelevante Thema *Blutzuckerregulation*. An dieser Stelle der Sequenz, also nach Behandlung mehrerer selbstregulierender Modellsysteme, sind die Schülerinnen und Schüler bereits in der Lage, Rückkopplungen und Regelkreise schnell zu entdecken und als leitende Schemata einzusetzen, wie die Lernprozessuntersuchung belegte [2,3]. Daher ist zum Beispiel folgendes Vorgehen möglich: Die Lernenden erhalten den Auftrag, die wichtigsten Informationen aus einem komplexen Text oder aus einem Vortrag über die Blutzuckerregulation (mit Hilfe von Notizen) zu extrahieren und für sich oder für andere grafisch darzustellen. Abbildung 16 zeigt eine Darstellung eines schon recht komplexen Ausschnitts aus dem System der Blutzuckerregulation. Die Lernprozessuntersuchung mit SII-Schülergruppen zeigte, dass die Informationsfülle eines Abbildung 16 entsprechenden Textes im wesentlichen Zügen verarbeitet werden kann: Die bei den vorangehenden Modellsystemen erworbenen Fähigkeiten ermöglichen, dass Rückkopplungen schnell erkannt und als grafische Kernstruktur aufgezeichnet werden können, wobei die Aufgabe den Lernenden bei aller noch nötigen Detailarbeit stets als lösbar erscheint. In dieser Weise erreichen Schülergruppen im ersten Anlauf (ca. 15 min Konstruktion)

grafische Darstellungen die die in Abbildung 16 dargestellte Struktur in sinnvollen Auszügen, d.h. mit zwei bis drei funktionierenden Rückkopplungskreisen, darstellt. Durch Zusammenführen der Ergebnisse verschiedener Gruppen ließe sich (z.B. an der Tafel oder auf Folie) auch ein Ergebnis skizzieren, das der Abbildung 16 sehr nahe kommt.

Danach kann ein Beispiel eingesetzt werden, das fachsystematisch weiterhin zur Biologie gehört, jedoch von den Schülerinnen und Schülern zunächst eher als eigene willentliche Aktion wahrgenommen wird: Es handelt sich um ein *Zielwurfexperiment* aus ca. 3 m Entfernung auf ein Ziel von etwa 15 cm Durchmesser, bei dem die Schüler eine Prismenbrille aufhaben, die ihre Blickrichtung um ca. 15° ablenkt [32]. Die ersten Würfe gehen daher daneben, doch schon nach etwa 10-20 Würfungen trifft man wieder. Dies liegt an synaptischen Umbauprozessen im Kleinhirn, die schnell zu einer Adaptation der *Auge-Arm-Koordination* führen [33]. Das Regulationssystem ist in Abbildung 17 dargestellt. Nach Durchführung des faszinierenden Experiments können die Lernenden zunächst selbst Mutmaßungen über die zugrunde liegenden Prozesse anstellen, bevor ihnen komplexere Informationen zum Thema durch einen Text zur Verfügung gestellt werden. In den Lernprozessuntersuchungen gelang es fast allen Gruppen mit leichter Unterstützung, zu diesem Experiment ein Regelkreisschema zu erstellen, das mindestens die

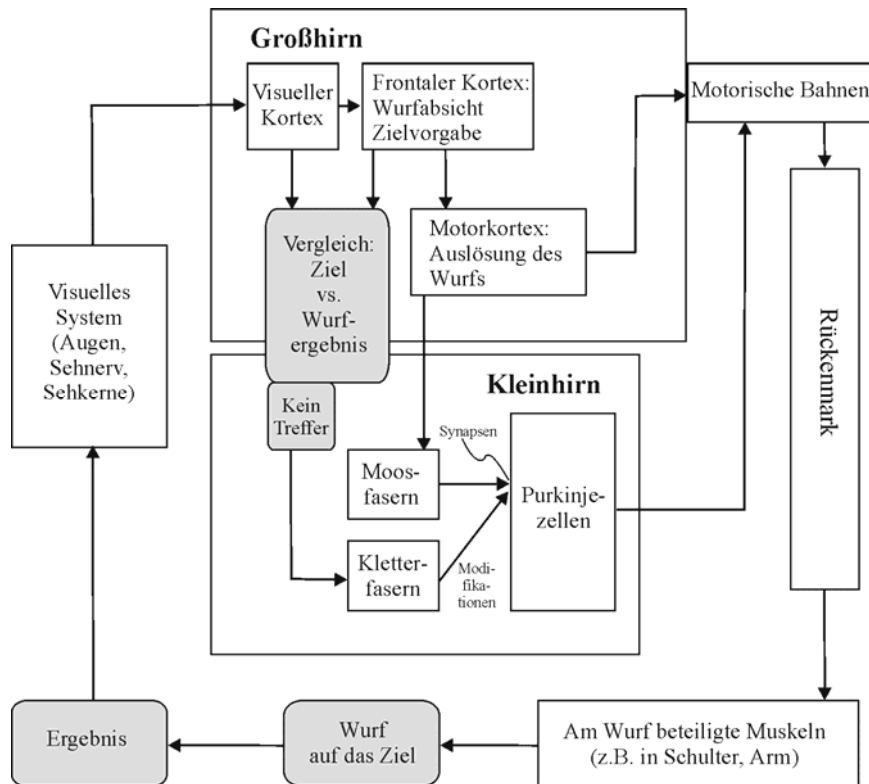


Abb. 17: Pfeildiagramm zur Adaption der Auge-Arm-Koordination bei Wurfversuchen mit Prismenbrille.

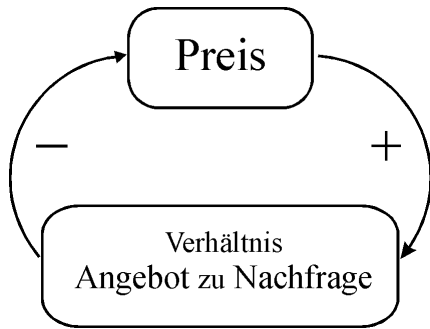


Abb. 18: Die Wechselwirkung von Angebot, Nachfrage und Preis eines Gutes.

zentrale Rückkopplung in Auszügen wiedergab. Auch der Bereich der Ökonomie kann in die Lerneinheit einbezogen werden, etwa mit dem Beispiel der *Preisregulation*. Hier könnten die Schüler sich beispielsweise in die Rolle eines Fahrradhändlers hineinversetzen, der ein neuartiges Fahrrad anbietet und dafür zunächst einen Preis festsetzt. Die Frage wäre, was dann mit dem Preis geschehen könnte. Hierzu tragen die Lernenden die ihnen einfallenden Größen und Relationen des Systems zusammen, stellen das Wirkungsgefüge grafisch dar und äußern Vermutungen über mögliche Entwicklungen. Das Minimalziel besteht darin, dass die Lernenden zumindest die einfache Rückkopplung nach Art von Abbildung 18 entdecken und skizzieren. Gewöhnlich werden den Schülergruppen aber erheblich mehr Begriffe und Zusammenhänge einfallen, so dass sich eventuell auch weitere Rückkopplungen ergeben, wie z.B. in Abbildung 19 dargestellt (in Anlehnung an Ergebnisse von Schülergruppen der Lernprozessuntersuchung). Ziel ist hierbei jedoch nicht, dass die Lernenden (abgesehen vom Minimalziel) auf ganz bestimmte Zusammenhänge des Marktgeschehens eingehen; vielmehr können sie an dieser Stelle selbstständig einen Ausschnitt der Realität wählen und modellieren.

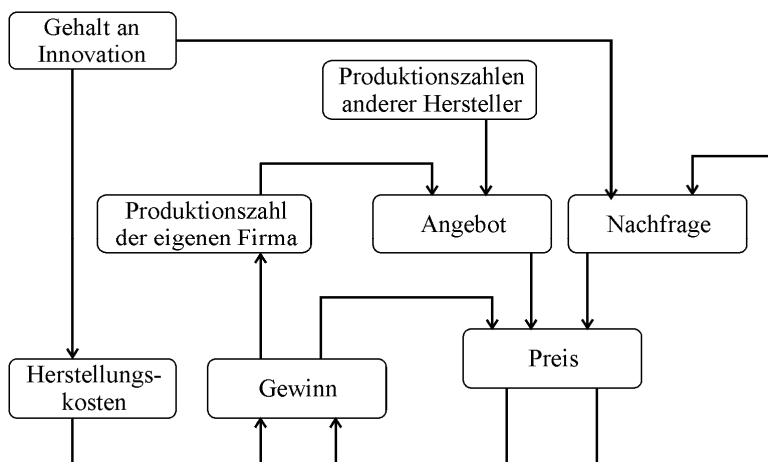


Abb. 19: Komplexeres Gefüge zur Preisregulation (in Anlehnung an Schülerideen).

3.5 Gefüge der zu vermittelnden Konzepte und Hinweise für die Unterrichtsumsetzung

Die vorgestellte Modellsystemsequenz eignet sich dafür, Schülerinnen und Schüler einen Teil der in Abschnitt 2 genannten Prinzipien der Strukturbildung und Selbstorganisation entdecken und grafisch konstruieren zu lassen (grafische Modellbildung). Die Lerneinheit hat in der vorgeschlagenen Form einen Umfang von etwa zehn Schulstunden. Bei der Durchführung wirkt es sich beschleunigend aus, wenn die Lernenden bereits elementare Kenntnisse zu den Bereichen Energie (-formen, -umwandlungen), Schwingungen und Reibung haben. Bei der Behandlung der Orgelpfeife sind Grundkenntnisse in Akustik nötig; da diese heute häufig nicht mehr zum Standardlehrplan gehören, müssten sie – ggf. direkt bei Behandlung der Orgelpfeife – von der Lehrkraft z.B. in Art eines Kurzvortrags vermittelt werden. Bei den Beispielen *Blutzuckerregulation* und *Zielwurf* hilft Vorwissen natürlich, aber die nötigen Informationen werden sowieso ad hoc vermittelt (siehe 3.4). Bei der Modellierung der Preisregulation sollen die Schüler lediglich ihr Alltagswissen heranziehen.

In der Einheit erfolgt eine Reduktion auf den Bereich der *zeitlichen Strukturbildung*, bei der ein System selbstregulierte Schwingungen ausführt oder eine Regelgröße stabilisiert. Die Sequenz startet mit einem anschaulichen schwingenden System, dem Spielzeug-Pickspecht, und wendet sich dann unanschaulicheren und komplexeren Zusammenhängen zu. Der Pickspecht und alle nachfolgenden physikalischen Systeme eignen sich, um folgende Prinzipien entdecken und grafisch konstruieren zu lassen: Das Einschwingen in einen stabilen Schwingungszustand, also das Entstehen einer dynamischen Ordnung, kann als Phänomen der Selbstregulation beobachtet und durch die Schüler in einem Zeitdiagramm dargestellt werden. In Abbildung 3 ist exemplarisch die sich beim Reibungspendel regulierende Größe, die Auslenkung bzw. die Amplitude, dargestellt. Ähnlich können die Regelgrößen der anderen Systeme dargestellt werden, ganz zu Anfang z.B. beim Pickspecht ebenfalls die Amplitudenentwicklung, bei der Orgelpfeife die Amplitude der stehenden Welle, beim Wurfexperiment z.B. der Abstand der Wurfergebnisse vom Ziel. Weitere Diagramme können zu den Modellsystemen von den Schülern (wo nötig mit Hilfe) erstellt werden: Bei den ersten fünf Modellsystemen, d.h. bis einschließlich zur *Blutzuckerregulation* ist eine Skizze des (energetischen bzw. bei der Blutzuckerregulation: des stofflichen) Fließgleichgewichts sinnvoll

(analog zu Abb. 8 für das Reibungspendel), es *beschreibt* die dynamische Stabilität (deskriptiver Aspekt). Bei allen Systemen sollten die Rückkopplungen skizziert werden (analog zu Abb. 11 für das Reibungspendel); hierdurch wird die Stabilisierung *erklärt* (explikativer Aspekt, kausale Erklärung). Bei späteren Beispielen der Sequenz, wenn das Erklärungsmuster den Schülern bereits klarer ist, kann ggf. das Zeitdiagramm oder auch bereits das Fließgleichgewichtsdiagramm weggelassen und nur mündlich kurz angesprochen werden. Abgesehen von den genannten drei Prinzipien, kann auch das Prinzip der Nichtlinearität thematisiert werden (dies wurde in den Lernprozessstudien allerdings ausgespart): Am stabilen Fixpunkt der Entwicklung überholen die energetischen Verluste die Energiezufuhr (Abbildung 8).

Der Pickspecht weist bereits in einer Minimaldarstellung ein Wirkungsgefüge mit *zwei* Regelkreismaschen auf [2]. Das Reibungspendel und die folgenden Modellsysteme steigern diese strukturelle Komplexität im Sinne der Verzweigung von Ursache-Wirkungsfolgen und der Vermaschung von Rückkopplungen weiter (siehe Abbildungen 10, 14, 15). Dabei müssen im Unterricht nicht bei jedem Modellsystem alle Regelkreisschleifen herausgearbeitet werden, die zunehmende Komplexität kann in der beschriebenen Sequenz jedoch deutlich hervortreten.

Außerdem weist die Modellsystemsequenz folgende Zunahme an Abstraktion auf: Im Vergleich mit dem Pickspecht werden Prozesse der Beispiele immer weniger anschaulich und schlechter einsehbar. So wird das Reibungspendel über an sich nicht beobachtbare Reibungsprozesse reguliert, bei der Saite ist auch die Bewegung selbst kaum zu sehen, bei der Orgelpfeife ist man gänzlich auf das Hören angewiesen. Die Prozesse der biologischen Beispiele sind auf Mikroebene im Körper verborgen und spielen sich – ebenso wie die ökonomischen Prozesse – zum Teil im Bewusstsein des Menschen ab.

Ab den biologischen Systemen spielen zudem verschiedene *Aspekte* eine Rolle: Beim Blutzuckersystem können neben Energie- auch Stoffumwandlungen und entsprechende Fließgleichgewichte thematisiert werden, und bei der Adaptation der Auge-Arm-Koordination sowie bei der Preisregulation bietet sich auch der Aspekt der Information an. Durch selbstständige Modellbildung zu sehr komplexen Systemen wird den Lernenden – so zeigte es die Lernprozessuntersuchung – auch deutlich, dass Modellbildung immer Auswahl und Vereinfachung bedeutet und nicht die Realität eins zu eins abbildet [3].

Des Weiteren lässt sich unterschiedlich komplexes dynamisches Verhalten thematisieren. Während der Pickspecht, das Reibungspendel, die Saite, die Orgelpfeife bei der hier vorgeschlagenen Nutzungswei-

se¹ Prozesse einfacher und direkter Selbstregulation zeigen, kommen Schüler selbst darauf, dass bei den biologischen und ökonomischen Systemen vielfache Einflussgrößen zu verschiedenen Entwicklungen, auch zu fortgesetzten Schwankungen, führen können (siehe z.B. [1, S. 286-288]). Diskussionen zu verschiedenen Modellierungsoptionen bei der Preisentwicklung vermitteln den Lernenden Einblicke in die den vielfältigen Entwicklungsmöglichkeiten offenerer Selbstorganisation. Hier liegt kein eng umrissenes System mit starren Randbedingungen mehr vor, sondern es entwickeln sich durch Interaktion mit anderen Systemen in Folgen von phasenübergangsähnlichen Schritten neue Randbedingungen.

Die Orgelpfeife bietet ohne großen Aufwand die Möglichkeit, noch weitere Prinzipien des Bereichs Selbstorganisation zu verdeutlichen (optional): In dem Vielteilchensystem bilden sich zunächst aus Fluktuationen (siehe Abschnitt 3.3.3) mehrere Schwingungsmoden, von denen sich nur Grund- und Oberschwingungen durch Selbstverstärkung durchsetzen. Es zeigen sich bei der Orgelpfeife die Prinzipien der Versklavung und der Bildung von Ordnung aus Fluktuationen.

Darüber hinaus sei angemerkt, dass sich an der Orgelpfeife noch andere Effekte demonstrieren lassen: Die nichtlineare Komponente ermöglicht der Orgelpfeife, auf eine externe periodische Anregung (Lautsprecherton) einzurasten und über einen gewissen Frequenzbereich mitgezogen zu werden (Phasenkopplungseffekt, Mitzieheffekt; [35]). Schwache weitere Anregungssignale gewinnen keinen Einfluss auf die Orgelpfeife, sie sind durch das stärkere Signal verdeckt.

4. Empirische Untersuchung

Die vorgestellte Lerneinheit liefert einen Beitrag zur didaktischen Rekonstruktion der Nichtlinearen Dynamik, insbesondere des Bereichs der Selbstregulation in komplexen Systemen. Die Einheit ist im Rahmen der Hauptstudie eines Promotionsvorhabens in Form von Experimentalinterviews mit acht Zweiergruppen von Schülerinnen und Schülern des 12. Jahrgangs getestet worden. Die Interviews und Schülerprodukte wurden im Detail qualitativ analysiert. Es wurden Ergebnisse in mehreren Dimensionen gewonnen (vgl. [2]), unter anderem zur geeigneten Phaseneinteilung der Lernprozesse.

¹ Die genannten Modellsysteme können auch chaotisches Verhalten hervorbringen, siehe z.B. [34] zum Pickspecht oder [25; 27] zu Musikinstrumenten. Der Weg über Bifurkationen in Richtung Chaos ist jedoch im Realexperiment sehr schwer zu stimulieren. Chaotisches Verhalten ist zwar nicht Ziel der vorgeschlagenen Lerneinheit, könnte aber – natürlich mit erheblichem Aufwand – mit angeknüpft werden.

4.1 Strukturierung der Lernphasen

Die Erkenntnisse vorangehender Pilotstudien führten zu einer Strukturierung der Lernphasen, die in der Hauptstudie getestet worden ist, sich in wesentlichen Teilen bewährte und in Details modifiziert wurde. Diese Strukturierung setzt auf den *mehrfachen* Wechsel selbstgesteuerter Lernphasen zur Exploration unbekannter Modellsysteme, in denen die Lehrkraft (in der Untersuchung: der Interviewleiter) zurückhaltend als Coach agiert, und Phasen der Reflexion und verbalen Abstraktion struktureller Merkmale (Strukturkonzepte), die von der Lehrkraft mit entsprechenden Fragen intensiv angeregt werden müssen.

Die Phaseneinteilung wird im Folgenden in einer Form wiedergegeben, die an die physikalischen Modellsysteme angelehnt ist (Thematisierung der Energie); als Beispiel wird das Reibungspendel herangezogen. Die Einteilung lässt sich jedoch relativ leicht an Modellsysteme mit zyklischen Prozessen anpassen, die keine Energie- sondern stoffliche Flüsse und Fließgleichgewichte aufweisen (Bereiche Biologie, Ökonomie). Für jede Phase wird zunächst die möglichst selbstständige Schüleraktivität beschrieben, dann das Ziel der durch Fragen zu stimulierenden Abstraktion:

- 1.) Erstes Erkunden, Beobachten, Experimentieren, erste Beschreibungen; eventuell bereits Anfertigen eines Zeitdiagramms, ggf. noch ohne Störfall (vgl. Abbildung 3);
Stimulierte Abstraktion: „Wiederholung“ (z.B. der Schwingung des Reibungspendels), „Gleichmäßigkeit“ oder Ähnliches.
- 2.) Aufzeichnen des Prozesszyklus (auf der dynamischen Ebene der Bewegungsphasen und Auslöser) oder Vorgabe einer solchen Abbildung (z.B. Abbildung 10 zum Reibungspendel) und Analyse derselben;
Stimulierte Abstraktion: „Kreislauf“, „Zyklus“, „Schleife“ oder Ähnliches.
- 3.) Analyse der Energieumwandlungen und deren Eintragen in die Zyklusgrafik; Konstruktion der Fließgleichgewichtsgrafik (z.B. Abbildung 8 zum Reibungspendel);
Stimulierte Abstraktion: zyklische Energieumwandlung & energetischer Durchstrom (Antrieb).
- 4.) Beobachten und Erkunden von „Störfällen“; spätestens hier Aufzeichnen eines Zeitdiagramms mit Störfall (vgl. Abbildung 3); Aufzeichnen einer „Störfallbetrachtung“, zunächst in Form einer Verursachungskette (z.B. beim Reibungspendel ausgehend von der Frage: „Was passiert im Falle einer zu großen Amplitude?“);
Stimulierte Abstraktion: „Kette der Auswirkungen einer Abweichung“ oder Ähnliches.
- 5.) Aufzeichnen des Regelkreises in einer gestrafften und durchdachten Endversion;

Stimulierte Abstraktion: „Regelkreis“, „(negative) Rückkopplung“.

- 6.) Bei Bedarf: Vereinigung von zyklischer Energieumsetzung und energetischem Durchstrom (Antrieb) in einer Grafik (vgl. Abbildung 12 zum Reibungspendel);

Stimulierte Abstraktion: z.B. „zyklische Energieumwandlung mit Energiezufuhr und -abgabe“.

In diesen Phasen kann die Konstruktion des Durchfluss- und Fließgleichgewichtsprinzips sowie des Zyklusprinzips bis hin zum Regelkreis gelingen. Aufgrund der Komplexität dieser Konstruktion werden mehrere Schritte benötigt: So taucht das Zyklusprinzip schon in Phase 1 auf (als „Wiederholung“), wird in Phase 2 grafisch fixiert und in Phase 3 um die Energieformen ergänzt (zyklische Energieumwandlung). In Phase 4 tritt es zunächst in den Hintergrund, aber in Phase 5 erscheint es dann, aufbauend auf dem Zwischenschritt 4, in der Zielgestalt des Regelkreises. Die Studie zeigte, dass viele Schülerinnen und Schüler sogar von sich aus auf die Idee kommen, Zyklus- und Durchstromprinzip nach Art der Abbildungen 12 und 13 in einer Skizze zu vereinen (Phase 6; vgl. [3]).

4.2 Weitere Ergebnisse

Einige eher lerntheoretisch relevante Ergebnisse dieser Untersuchung sind durch den Verfasser bereits in Artikeln veröffentlicht worden [2,3], weitere Ergebnisse zur Konzeptentwicklung bei Schülerinnen und Schülern wird ein Folgeartikel in dieser Zeitschrift beschreiben.

5. Literatur

- [1] Bell, T. (2003): Strukturprinzipien der Selbstregulation - Komplexe Systeme, Elementarisierungen und Lernprozessstudien für den Unterricht der Sekundarstufe II (Studien zum Physiklernen, Band 25), Logos, Berlin.
- [2] Bell, T. (2004): Komplexe Systeme und Strukturprinzipien der Selbstregulation im fächerübergreifenden Unterricht - eine Lernprozessstudie in der SII. ZfDN 10, 163-181.
- [3] Bell, T. (2004): Komplexe Systeme und Strukturprinzipien der Selbstregulation - Konstruktion grafischer Darstellungen, Transfer und systemisches Denken. ZfDN 10, 183-203.
- [4] Schuster, H.G. und Just, W. (2005): Deterministic Chaos. An Introduction, 4. Aufl., Wiley-VCH, Berlin.
- [5] Mainzer, K. (2007): Thinking in Complexity: The Computational Dynamics of Matter, Mind, and Mankind, 5. Aufl., Springer, Berlin.
- [6] de Vries, A. (2004): Im Schatten Schwarzer Löcher. Physik in unserer Zeit 35(3), 128-133.

- [7] Buehler, M.J. und Gao, H. (2004): Biegen und Brechen im Supercomputer. *Physik in unserer Zeit* 35(1), 30-37.
- [8] Rapoport, A. (1986): *General system theory: essential concepts & applications*, Abacus Press, Tunbridge Wells, Kent.
- [9] Prigogine, I. und Stengers, I. (1993): *Dialog mit der Natur*, 2. Aufl., Piper, München.
- [10] Haken, H. (2006): *Information and Self-Organization. A Macroscopic Approach to Complex Systems*, 3. Aufl., Springer, Berlin.
- [11] Haken, H. und Wunderlin, A. (1991): *Die Selbststrukturierung der Materie - Synergetik in der unbelebten Welt*, Vieweg, Braunschweig.
- [12] Jantsch, E. (2002): *Die Selbstorganisation des Universums. Vom Urknall zum menschlichen Geist*, Hanser, München.
- [13] Ebeling, W. und Feistel, R. (1994): *Chaos und Kosmos - Prinzipien der Evolution*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford.
- [14] Hastings, A. (2007): *Population Biology: Concepts and Models*, 2. Aufl., Springer, New York.
- [15] Arbeitsgemeinschaft deutscher wirtschaftswissenschaftlicher Forschungsinstitute (2007): *Die Lage der Weltwirtschaft und der deutschen Wirtschaft im Frühjahr 2007. Gemeinschaftsdiagnose der sechs führenden Wirtschaftsinstitute*. Halle (Saale).
- [16] IPCC (2007): *Climate Change 2007 - The Physical Science Basis: Working Group I Contribution to the Fourth Assessment Report of the IPCC*, Cambridge University Press.
- [17] Rahmstorf, S. (2002): Ocean circulation and climate during the past 120,000 years. *Nature* 419, 207-214.
- [18] Klafki, W. (1985): *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik: Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik*, Beltz, Weinheim.
- [19] Hemming, W. und Wagner, W. (2004): *Verfahrenstechnik*, 9. Aufl., Vogel, Würzburg.
- [20] Dörner, D. (2003): *Die Logik des Mißlingens. Strategisches Denken in komplexen Situationen*, 5. Aufl., Rowohlt, Reinbek.
- [21] Schlichting, H.J. (1988): Der Pickspecht - ein sich selbst organisierendes System. *Naturwissenschaften im Unterricht - Physik/Chemie* 36(39), 37-39.
- [22] Schlichting, H.-J. und Rodewald, B. (1983): Über die konstruktive Rolle der Reibung. In: *DPG-Tagung 1983 in Gießen*, S.44-49, Deutsche Physikalische Gesellschaft, Gießen.
- [23] Hagedorn, P. (1978): *Nichtlineare Schwingungen*, Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden.
- [24] Bayrhuber, H. und Schaefer, G. (1980): *Kybernetische Biologie - Unterrichtseinheit für die Sekundarstufe II (Grundkurs/Leistungskurs)*, 2. Aufl., Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln.
- [25] McIntyre, M.E. (1983): On the oscillations of musical instruments. *Journal of the Acoustical Society of America* 74(5), 1325-1345.
- [26] Voßkühler, A. und Nordmeier, V. (2005): *Einschwingvorgänge bei Musikinstrumenten - Highspeedkameraaufnahmen*. In: V. Nordmeier und A. Oberländer (Hrsg.) *Didaktik der Physik. Beiträge zur Frühjahrstagung der DPG - Berlin 2005*, Lehmanns Media, Berlin.
- [27] Voßkühler, A. und Nordmeier, V. (2006): *Instrumentenklänge zwischen Ordnung und Chaos*. In: V. Nordmeier und A. Oberländer (Hrsg.) *Didaktik der Physik - Kassel 2006*, Lehmanns Media, Berlin.
- [28] Kummer, J. (1992): Zur Physik des Geigenklangs. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU)* 45(6), 330-348.
- [29] Schelleng, J.C. (1988): Die gestrichene Saite. In: *Die Physik der Musikinstrumente*, S.78-87, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg.
- [30] Fletcher, N.H. und Thwaites, S. (1988): Orgelpfeifen. In: *Die Physik der Musikinstrumente*, S.32-43, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg.
- [31] Euler, M. (1994): Von kontinuierlichen Schwingungen zu diskreten Iterationen. *Computer und Unterricht*(14), 61-67.
- [32] Lindner-Effland, M. (1997): Voll ins Schwarze. *Unterricht Biologie*(228), 34-37.
- [33] Ghez, C. und Gordon, J. (1996): Willkürmotorik. In: E. Kandel et al. (Hrsg.) *Neurowissenschaften*, S.541ff, Spektrum, Heidelberg.
- [34] Leine, R.I., Glocker, C. und van Campen, D.H. (2003): Nonlinear Dynamics and Modeling of Various Wooden Toys with Impact and Friction. *Journal of Vibration and Control* 9, 25-78.
- [35] Euler, M. (1994): Gekoppelte Uhren und kognitive Prozesse: lineare und nichtlineare Prinzipien in der internen Informationsdynamik. *Physik in der Schule* 32(2), 72-77.