PhyDid 1/3 (2004) S.39-40

# PHASENVERSCHIEBUNG AM STRAHLTEILER

**Jochen Pade, Lutz Polley**
Institut für Physik, Universität Oldenburg
(Eingegangen: 01.08.2003; Angenommen: 19.04.2004)

**Kurzfassung**
Im Mach-Zehnder-Interferometer, einem geschätzten quanten-didaktischen Instrument, tritt beim Durchgang von Laserlicht durch einen Strahlteiler ein Phasenverschiebungsfaktor $i$ auf, dessen Begründung in der didaktischen Literatur bisher unbefriedigend ist. Wir geben eine kurze Herleitung, die bekannte fachwissenschaftliche Argumente kombiniert und elementarisiert.

Zur Einführung in die Quantentheorie wurde lange Zeit das Doppelspaltexperiment didaktisch bevorzugt. Ein analoges Interferenzphänomen kann man im Mach-Zehnder-Interferometer räumlich erweitert darstellen, was einen Gewinn sowohl an Anschaulichkeit als auch an Experimentiermöglichkeiten bedeutet. Zum Verständnis der Hell-Dunkel-Verteilung am Mach-Zehnder-Interferometer muss man allerdings die Phasenverschiebung von $90^\circ$ verstehen, die zwischen dem reflektierten und dem durchgelassenen Laserlicht an einem Strahlteiler auftritt. In der einflussreichen Arbeit von Elitzur und Vaidman [1] zur sogenannten [2,3] 'Wechselwirkungsfreien Quantenmessung' erkennt man die Bedeutung des Faktors. Jedoch wird in [1] wie auch in ausführlichen didaktischen Darstellungen (z.B. [4]) der Eindruck erweckt, als käme der $i$ -Faktor allein durch die Reflexion eines Lichtstrahls an einer Grenzfläche zustande. Wie in [5] gezeigt wurde, beruht der $i$ -Faktor aber auf einer Spiegelsymmetrie der strahlteilenden Schicht um ihre Mittelebene[1]. Außerdem muss der Strahlteiler verlustfrei sein.

In [6] wurde bereits eine kurze, elegante Herleitung der $90^\circ$-Phasenverschiebung gegeben; dabei wird eine gewisse Vertrautheit mit der Zeitumkehr bei elektromagnetischen Feldern vorausgesetzt. Um dies zu vermeiden, wurde in [5] und noch elementarer im Anhang von [7] eine Herleitung auf Basis der Energieerhaltung gegeben, wobei der gesamte Strahlengang des Mach-Zehnder-Interferometers benutzt wird. Unsere folgende Herleitung zeigt, dass man auch am einzelnen Strahlteiler ohne formale Zeitumkehr auskommt.

Abbildung 1a zeigt eine ebene Welle (egal ob quantenmechanisch oder elektromagnetisch, siehe unten) die mit Amplitude 1 auf eine optisch wirksame Schicht zuläuft und sich in eine reflektierte Welle mit komplexer Amplitude $R$ und eine transmittierte Welle mit Amplitude $T$ aufspaltet. Die optischen Eigenschaften der Schicht werden durch einen Brechungsindex $n$ beschrieben, von dem wir im Einklang mit [5] annehmen, dass er nur in Richtung senkrecht zur Schicht variiert und spiegelsymmetrisch um die Mitte der Schicht ist. Der Verlauf von $n$ kann auch kontinuierlich sein; es kommt hier nicht auf die Existenz einer Grenzfläche an.

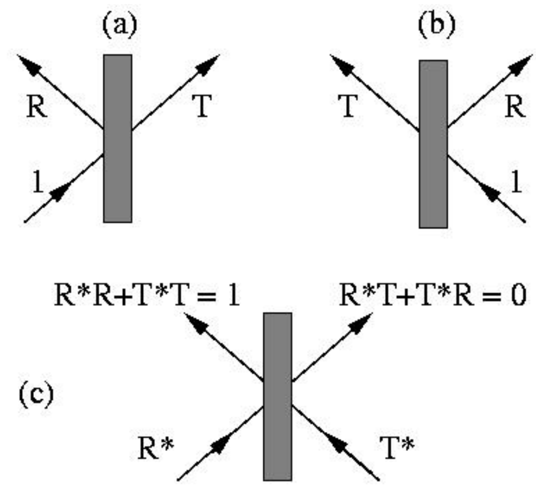


Abbildung 1: Amplitudenverhältnisse am Strahlteiler: (a) Referenzstrahlengang;
(b) seitenvertauscht; (c) Überlagerung von zwei einlaufenden Wellen

Wegen des angenommenen symmetrischen Aufbaus des Strahlteilers treten dieselben Amplitudenverhältnisse auf, wenn man die ebene Welle von rechts statt von links einfallen lässt (Abbildung 1b).

Der Energiestrom, der von einer Welle transportiert wird, ist proportional zum Betragsquadrat der Amplitude. Da wir außerhalb der strahlteilenden Schicht überall dasselbe Medium annehmen, sind die Proportionalitätsfaktoren überall gleich, und die Energieerhaltung reduziert sich auf die Gleichung

[1] Ist die strahlteilende Schicht sehr dünn im Verhältnis zur Wellenlänge des Lichtes, so ist sie stets optisch gleichwertig mit einer spiegelsymmetrischen Schicht.

$$1 = R^*R + T^*T \qquad (1)$$

Nach dem Vorbild von [6] kann man diese Gleichheit von Zahlen zur Berechnung von Amplituden verwenden. Dazu betrachtet man wie in Abbildung 1c eine Überlagerung von zwei einlaufenden Wellen mit Amplituden $R^*$ und $T^*$. Diese Wellen spalten sich nach dem Muster von 1a beziehungsweise 1b auf, und überlagern sich zu zwei auslaufenden Gesamtwellen. Die nach links oben auslaufende Welle hat als Amplitude einen Ausdruck, den wir nach Gleichung (1) als 1 identifizieren können. Damit transportiert diese Welle bereits die gesamte einlaufende Energie. Folglich muss die Amplitude der nach rechts oben auslaufenden Welle verschwinden:

$$R^*T + T^*R = 0 \qquad (2)$$

Nun ist $T^*R$ das komplex Konjugierte von $R^*T$; daher folgt aus (2), dass $T^*R$ rein imaginär[2] sein muss; dies entspricht einer relativen Phase von $90^\circ$ zwischen reflektierter und transmittierter Welle.

Wir haben bisher die Sprache klassischer Felder verwendet, obwohl die didaktisch interessanteste Anwendung der $90^\circ$-Phasenverschiebung, wie eingangs erwähnt, in Interferenzexperimenten mit einzelnen Photonen liegt und sich damit auf eine quantenmechanische Wellenfunktion bezieht. Es besteht aber ein enger Zusammenhang zwischen dem Ausbreitungsverhalten eines Photons (insbesondere den dabei entstehenden Phasenverschiebungen) und dem des elektromagnetischen Feldes, dessen Quanten die Photonen sind. Eine recht ausführliche Diskussion photonischer Wellenfunktionen findet man in [8]; dort heißt es zusammenfassend: "Die MAXWELLschen Gleichungen übernehmen die Rolle der SCHRÖDINGER-Gleichung für ein Photon."

[2] oder reell und null, aber dieser Fall ist offensichtlich nicht von Interesse.

**Literatur**


[1] A. C. Elitzur, L. Vaidman, Found. Phys. **23** (1993) 987-997

[2] S. H. Simon, P. M. Platzman, Phys. Rev. A **61** (2000) 052103/1-4

[3] J. Pade, L. Polley, Physik in der Schule **38** (2000) Heft 5, 343-346

[4] J. Audretsch (Hg.), *Verschränkte Welt -- Faszination der Quanten*, Wiley-VCH 2002, S. 23 f.

[5] Z. Y. Ou, L. Mandel, Am. J. Phys. **57** (1989) 66-67.

[6] P. D. Drummond, A. T. Friberg, J. Appl. Phys. **54** (1983) 5618-5625.

[7] K. T. McDonald, L. J. Wang, *Bunching of Photons When Two Beams Pass Through a Beam Splitter*, E-Print, Princeton Univ., 2003, http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/bunching.pdf

[8] L. D. Landau, E. M. Lifschitz, *Lehrbuch der Theoretischen Physik IV: Relativistische Quantentheorie*, 4. Aufl., Akademie-Verlag Berlin 1980, Kapitel I § 3.