Physik und Didaktik in Schule und Hochschule
PhyDid 1/2 (2003) S.21-29

Zum erkenntnistheoretischen Prinzip, welches dem Aufbau von Größensystemen zugrundeliegt

Otto Rang
Ausschuss für Einheiten und Formelgrößen im Deutschen Institut für Normung (DIN) Berlin
Fachausschuss Technisches Berechnungswesen im Österreichischen Normungsinstitut (ON) Wien
(Eingegangen: 18.11.2001; Angenommen: 31.01.2003)

Kurzfassung
Potenzprodukte von Größenwerten sind physikalisch nur sinnvoll, wenn vereinbart ist, für welche Größen sie als Werte dienen. Bei einem Größensystem liegen für alle Größen die betreffenden Vereinbarungen ein für alle Mal fest. Die einfachste Grundlage eines Größensystems ist ein Einheitensystem. Jede seiner Einheiten lässt sich als Potenzprodukt aus den Basiseinheiten darstellen, doch seine physikalische Bedeutung erhält dieses erst durch die Festlegung einer Objektkonfiguration, in der es ein Objekt quantitativ beschreibt. Dadurch wird jedes, zunächst auf unmittelbarem multiplikativem Vergleich von Objekten beruhende Messverfahren auf die Messverfahren für die Basisgrößen zurückgeführt. Solchen Reduktionen begegnet man auch im Alltag, und davon ausgehend stelle ich dieses Reduktionsprinzip als die Grundlage für den Aufbau von Größensystemen vor. Es verbirgt sich in Lehrwerken meist unausgesprochen zwischen den Zeilen.

1. Propädeutisches

1.1 Zum Problem

Das achte Heft des Jahrgangs 2002 der Zeitschrift MNU (Der math. und naturwiss. Unterricht) [1] ist als ein Schwerpunktheft zum Thema "Naturwissenschaft verstehen" konzipiert. Es widmet sich einer Neubesinnung im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht und behandelt dabei wissenschaftstheoretische Fragen und Fragen an der Grenze der Erkenntnistheorie. Das Erscheinen des MNU-Heftes zeigt, dass die Behandlung dieses Themenkreises von didaktischem Interesse ist und offensichtlich dazu beiträgt, eine bestehende Lücke im Bereich der Didaktik der Naturwissenschaften zu schließen. Genau dieses Ziel verfolgen auch die folgenden Ausführungen. Dabei geht es vor allem um die wissenschaftstheoretische Erhellung der "Einfügung einer Größe in ein Größensystem", die im Normblatt DIN 1313 "Größen" vom Dezember 1998 [2, 3] eine große Rolle spielt.

Worum geht es bei solch einer Einfügung? Am bequemsten nähert man sich dieser Problematik, wenn man zunächst von der Frage ausgeht: Ist es sinnvoll, z.B. den Wert einer Weglänge in Stunden, einen Massenwert in Joule oder den Wert eines Flächeninhalts in Metern statt in Quadratmetern anzugeben? Indem ich zeige, dass solche Angaben durchaus sinnvoll sind und dass die üblichen Wertedefinitionen in Größensystemen genau diesem Muster folgen, suche ich zum Verständnis für den Aufbau von Größensystemen hinzuführen.

Nach meiner langjährigen Lehrerfahrung auf unterschiedlichstem Unterrichtsniveau – vom Hauptschulniveau bis zu dem der Universität – vermute ich, dass ein solches Verständnis aus mehreren Gründen zu einem größeren Lernerfolg bei Schülern bzw. Studenten*) führt. Denn Sachverhalte mit erkennbarer Struktur prägen sich leichter ein als unstruktierte, und die Einprägsamkeit ist umso größer, je durchschaubarer die Struktur ist. Zudem sind Schüler für ein bloßes Auswendiglernen weit weniger motiviert, als für die Rezeption einsehbarer Zusammenhänge. Dann können sie "mitdenken", und das Lernen macht Freude. Konkret untersucht in langjährigen Feldversuchen habe ich meine Vermutung nicht, denn die dargelegten Erkenntnisse sind keineswegs schon allgemeines Wissensgut und somit noch nicht reif für empirische Untersuchungen. Aber ich hoffe, dass dieser Artikel dazu anregen wird, die dargelegten Erkenntnisse nun didaktisch zu untersuchen und weiter aufzubereiten.

Solch eine Neuaufbereitung ist angebracht, weil die Theorie der Größensysteme einem langen Reifungsprozess unterlag und nicht schon von Anfang an in jeder Hinsicht konsistent war. Man kann sich davon z.B. anhand der verschiedenen Ausgaben des Normblatts DIN 1313 überzeugen, dessen erste Ausgabe im Jahr 1931 und dessen neueste 1998 erschienen ist. Die Schulbücher der Physik, die ich an der Universität Mannheim in zahlreichen Diplomarbeiten von Lehramtskandidaten untersuchen ließ, waren in Bezug auf die Konsistenz der Begriffe Größe und Größensystem den genannten Normblättern durch die Bank nicht voraus, doch es ist nicht Gegenstand dieser Ausführungen, hier in Einzelheiten zu gehen. Das wäre ein anderes Thema.

Ich komme auf den einleitenden Absatz zurück: R. FLEISCHMANN [4] hat einmal von einer Größenartprojektion gesprochen, wenn für die Größen einer Größenart A keine eigenen Werte verwendet werden, sondern die für eine andere Größenart B typischen, z.B. typische Werte der Größenart Dauer als Längenwerte. Das entspricht einer strukturtreuen Abbildung der Größenart A auf oder in die Größenart B. Ich nenne solche Abbildungen ***Größenwertprojektionen***, denn die mathematische Operation des Abbildens wird unmittelbar an den Größenwerten vorgenommen.

1.2 Etwas über Größen und Größenwerte

Mit "Größe" meine ich den Größenbegriff des Normblatts DIN 1313 vom Dezember 1998.

Wenn eine Einheit für ein Messverfahren unverwechselbar typisch ist, dann nenne ich sie eine ***Arteinheit***. Die mit Hilfe von Arteinheiten dargestellten Größenwerte sind die ***Urgrößenwerte***.

Jede physikalische Gleichung beschreibt eine ***Konfiguration*** einzelner Objekte. Einfache Konfigurationen sind die Gebilde der Geometrie, Ereignisse wie bestimmte Bewegungen, dynamische Vorgänge wie zentrale elastische Stöße, thermodynamische Systeme usw. Zwischen den Ausprägungen der an den Einzelobjekten einer Konfiguration beobachtbaren Merkmalen bestehen quantitative Beziehungen. Konfigurationen mit gleichen Relationen zwischen den Teilobjekten bilden jeweils eine ***Konfigurationsklasse***.

Man kann jede Größe als eine Funktion ansehen, die einer Konfiguration einen Größenwert zuordnet, und dieser beschreibt dann eines ihrer Teilobjekte.

Eine Konfiguration kann auch aus bloß einem Objekt bestehen. Es weist dann mehrere Merkmale auf.

Um von Größen und ihren Werten physikalisch sinnvolle Potenzprodukte bilden zu können, müssen sie einem Größensystem angehören, z.B. dem Internationalen Größensystem (ISQ), es kann aber auch ein nur zu diesem Zweck gedachtes sein.

In einer (nicht zugeschnittenen) Größengleichung bedeuten die Formelbuchstaben im Allgemeinen Größen desselben Größensystems.

Man verwendet für eine Funktion und ihre Werte meist dasselbe Formelzeichen. Dem schließe ich mich hier nicht an. Ich versehe vielmehr nach J. WENINGER [5] die Werte einer Größe mit Indizes in Form von Zahlen. Damit wird auf diejenige Konfiguration hingewiesen, für welche die betreffenden Werte gelten. Beschreibt z.B. die Gleichung $v = s/t$ die Konfigurationsklasse der zeitlich begrenzten gleichförmigen Bewegungen, so gilt für die Konfiguration Nr. 1 die Gleichung $v_1 = s_1/t_1$. D.h. v_1 ist ein Wert der Größe v, s_1 ist ein Wert der Größe s, usw.

1.3 Etwas zum Begriff Messverfahren

Die Messverfahren, die bei der Größenwertprojektion auf andere zurückgeführt werden, sind Verfahren des multiplikativen Vergleichs. Sie beantworten Fragen wie "Wieviel mal so lang ist der Stab A im Vergleich zum Stab B?" oder "Wieviel mal so schnell fährt das Auto X im Vergleich zum Auto Y?" usw. Zwischen verschiedenen Messverfahren, die bei gleichen Objekten zu gleichen Ergebnissen führen, unterscheide ich nicht. Wenn ich z.B. von dem Längenmessverfahren spreche, meine ich die Äquivalenzklasse aller derartigen Verfahren.

Das Ergebnis eines Messverfahrens wird als Größenwert angegeben, z.B. $V_1 = 3$ Liter. Das Vergleichsobjekt ist in diesem Fall ein Raumgebiet, das mithilfe der Einheit Liter beschrieben wird.

1.4 Einheitensysteme

Zu jedem Größensystem lassen sich (beliebig viele) Systeme kohärenter Einheiten, kurz Einheitensysteme genannt, vereinbaren. Ein Einheitensystem enthält für jede Größenart genau eine Einheit. Wie man sie festlegt, zeigen exemplarisch die Kapitel 3 bis 5.

Für das Internationale Größensystem (ISQ) ist das Internationale Einheitensystem (SI) vereinbart. Seine Einheiten sind Potenzprodukte aus den sieben Basiseinheiten m, s, kg, A, K, cd, mol. Als z.B. Flächeninhaltseinheit dient der Einheitenterm

$$[A] = \mathrm{m}^2\, \mathrm{s}^0\, \mathrm{kg}^0\, \mathrm{A}^0\, \mathrm{K}^0\, \mathrm{cd}^0\, \mathrm{mol}^0 = \mathrm{m}^2,$$

als Geschwindigkeitseinheit der Term

$$[v] = \mathrm{m}^1\, \mathrm{s}^{-1}\, \mathrm{kg}^0\, \mathrm{A}^0\, \mathrm{K}^0\, \mathrm{cd}^0\, \mathrm{mol}^0 = \mathrm{m/s},$$

usw.

Solche Terme tragen im Prinzip keine Information über das Messverfahren für die betreffenden Größen. So sieht man dem Wert 0,02 m/s nicht an, ob er ein Geschwindigkeitswert ist oder nicht. Bringt man z.B. einen Tropfen Öl auf eine Wasseroberfläche auf, entsteht ein Ölfleck, der zunächst immer größer wird. Wächst dabei die Länge der Umfangslinie in jeder Zehntelsekunde um 2 mm, dann hat die Umfangsvergrößerungsrate den Wert $r_1 = 0{,}02$ m/s. Die Angabe 0,02 m/s dient hier nicht als Geschwindigkeitswert einer translatorischen Bewegung. Ohne Zusatzinformation ist sie also mehrdeutig.

Zur Milderung solcher Mehrdeutigkeiten gibt es für einige oft benützte Einheitenterme Anwendungsnamen. Beispiel: Die SI-Einheit 1/s bezeichnet man als 1 Hertz (Hz), wenn sie als Frequenzeinheit dient, und als Radiant/Sekunde, wenn sie Einheit der Winkelgeschwindigkeit ist. Solche Anwendungsnamen geben Zusatzinformationen für rein kommunikative Zwecke. Betrachtet man die SI-Einheiten unabhängig von jedem Kommunikationszweck, dann ergibt sich für Werte von Frequenzen und Winkelgeschwindigkeiten nur der Term $1/s$ als gemeinsame SI-Einheit.

1.5 Einige Bemerkungen zur Terminologie

Um den Unterschied zwischen Objekten und den sie beschreibenden Größen bzw. Größenwerten deutlich zu machen, verwende ich eine etwas umständliche Ausdrucksweise. So spreche ich nicht von einem Weg s, sondern von einer Weglänge s, oder nicht von einer Zeitspanne t, sondern von einer Zeitspannendauer oder kurz Zeitdauer t usw. Ich unterscheide auch immer zwischen Größe und Größenwert.
Bei einigen Merkmalen verwendet man für das Objekt und die Größe dasselbe Wort. In solch einem Fall "erfinde" ich entweder für die Größe oder das Objekt einen eigenen, unkonventionellen Ausdruck. So nenne ich die Größe, die man Lichtstrom nennt, Lichtstromstärke und behalte das Wort Lichtstrom dem Objekt vor. Die Größe, die man sonst Winkel nennt, nenne ich Spreizweite, weil ich mit dem Wort Winkel – dem alltäglichen Sprachverständnis folgend – das Winkelobjekt bezeichne.

2. Größenwertprojektionen im Alltag

Hier geht es darum, wie im Alltag Urgrößenwerte durch solche einer anderen Größenart ersetzt sind.

2.1 Länge

Früher stand auf einem Meilenstein etwa: Nach Oberflockenbach 1 1/2 Stunden. Dieser Wert ist zunächst ein Urgrößenwert, d.h. eine Zeitdauerangabe. Sie dient aber hier zur Angabe eines Längenwertes.
Die Angabe setzt die Existenz oder besser die Annahme einer Konfiguration voraus, die aus einer zum Messobjekt äquivalenten Strecke besteht (das kann der Weg nach Oberflockenbach selbst sein), auf der sich z.B. ein ganz bestimmter Fußgänger – ich nenne ihn den Normfußgänger – gleichförmig bewegt. Der Meilenstein sagt uns dann: Der Weg ist so lang (hat denselben Längenwert) wie der des Normfußgängers während eines Zeitraums, der 1 1/2 Stunden dauert (der einen Zeitdauerwert von 1 1/2 Stunden hat).
Die gedachte Konfiguration mit dem Normfußgänger ist eine ***Zurückführungskonfiguration***. In ihr wird der gesetzmäßige Zusammenhang zwischen der Weglänge und der Bewegungsdauer bei der gleichförmigen Bewegung als Grundlage der Größenwertprojektion benützt. Die Klasse der gleichförmigen Bewegungen ist, ohne dass man dazu den Geschwindigkeitsbegriff benötigt, dadurch gekennzeichnet, dass die Bewegungsdauer t und die Länge s des zurückgelegten Weges einander proportional sind. Es gilt folglich mit k als Proportionalitätsfaktor die Gleichung $s = k \cdot t$. Legt der Normfußgänger z.B. in einer Zeitspanne mit dem Zeitdauerwert 1 Stunde einen Weg mit dem Längenwert 2,5 Meilen zurück, dann gilt für die Zurückführungskonfiguration die Gleichung: 2,5 Meilen $= k \cdot$(1 Stunde).
Der letzte Schritt der Größenwertprojektion besteht darin, dass man festlegt: $k = 1$. Dadurch ergibt sich 1 Meile = (1/2,5) Stunde = 0,4 Stunde, d.h. die Meile wird auf den Wert 0,4 Stunde abgebildet.
Man braucht jetzt kein eigenes Längenmessverfahren mehr, an seine Stelle tritt eines für Zeitdauern.

2.2 Geschwindigkeit

Auf Geschwindigkeitsbeschränkungen wird durch Schilder hingewiesen, die z.B. die Angabe 70 enthalten. Das bedeutet vereinbarungsgemäß, dass der Wert der zulässigen Höchstgeschwindigkeit 70 km/h beträgt. Auf diese Weise wird ein Geschwindigkeitswert, der selbst wiederum mit Hilfe eines Längen- und eines Zeitdauerwertes dargestellt wird, durch eine reelle Zahl ausgedrückt, und damit liegen zwei Größenwertprojektionen vor. Man kann sie zu einer einzigen zusammenfassen, bei der ein Geschwindigkeitsmessverfahren unmittelbar auf ein "Messverfahren" für die Mächtigkeit einer Menge von Kilometermarken zurückgeführt wird. Die Angabe 70 ist dann wie folgt zu verstehen: Der Geschwindigkeitswert ist so groß wie der in einer Zurückführungskonfiguration der Klasse "Einstündige gleichförmige Bewegung entlang von Kilometermarken", wenn dabei 70 Marken gezählt werden. Bei diesem "Messverfahren" wird eine Interpolationsmöglichkeit vorausgesetzt, auf die ich aber nicht eingehe. Sie ermöglicht auch nichtganzzahlige Ergebnisse.
Die angeführte Zurückführungskonfiguration ist nur eine unter vielen denkbaren. So könnte man auch von einer halbstündigen Bewegung ausgehen, bei der 500-m-Marken gezählt werden, usw. Auch in den folgenden Beispielen ist jede der beschriebenen Zurückführungskonfigurationen im Allgemeinen immer nur eine unter vielen denkbaren. Ich werde das aber nicht jedes Mal erneut erwähnen.
Man geht bei dieser Größenwertprojektion also von einer Zurückführungskonfiguration aus, die hinsichtlich der Geschwindigkeit dem Messobjekt äquivalent ist, es wird das Messverfahren für Mächtigkeiten von Mengen, also ein Abzählverfahren, benötigt, und die Verfügung über einen Proportionalitätsfaktor erfolgt in der für die Klasse der Zurückführungskonfigurationen geltenden Gleichung $v = k \cdot N/t$, in der v die Geschwindig-

keit, N die Anzahl der Kilometermarken und t die Bewegungsdauer sind. In der Zurückführungskonfiguration (mit Nr.1 bezeichnet) liegt neben dem Wert N_1 der Wert $t_1 = 1$ Stunde vor, sodass dort die Gleichung $v_1 = k \cdot N_1/(1 \text{ Stunde})$ gilt. Aufgrund der Verfügung $k = 1$ Stunde erhält man dann $v_1 = N_1$, der Geschwindigkeitswert ist auf eine Anzahl projiziert.

2.3 Kraft

In Aufzügen wird der Tragkraftwert meist in Kilogramm angegeben, z.B. 800 kg. Das bedeutet: Er ist so groß wie der Wert der Gravitationskraft im Norm-Gravitationsfeld, der die Gravitationswechselwirkung der Erdkugel mit einem Körper mit 800 kg Massewert beschreibt. (Das Norm-Gravitationsfeld ist als ein homogenes Feld definiert, in dem jeder frei fallende Körper eine Beschleunigung mit dem Wert 9,80665 m/s² erfährt.)
Voraussetzung für eine Kraftangabe in Kilogramm ist im Prinzip wiederum eine Zurückführungskonfiguration. Sie muss bezüglich der Kraftwirkung dem Aufzug äquivalent sein. Mit F und m als den Formelzeichen für Gravitationskraft und Masse des Körpers in der Zurückführungskonfiguration gilt für deren Klasse $F = k \cdot m$. In der konkreten Zurückführungskonfiguration (Nr.1) gilt dann $F_1 = k \cdot (800 \text{ kg})$. Über den Proportionalitätsfaktor k muss dann durch $k = 1$ verfügt werden. Das führt zu $F_1 = 800$ kg. Dieser Wert ist dann das Ergebnis eines Massen- und nicht eines Kraftmessverfahrens.
Das Gravitationsfeld, in dem sich ein Aufzug befindet, gleicht mit guter Näherung dem Norm-Feld, sodass sich, wenn man sich mit der Näherung begnügt, eine Zurückführungskonfiguration erübrigt. Der Aufzug selbst mit einem Köper von 800 kg Massewert ist dann die Zurückführungskonfiguration.

2.4 Nochmals Geschwindigkeit

Was sagt bei einer ungleichförmigen Bewegung die Angabe eines Momentangeschwindigkeitswertes wie $v_1 = 130$ km/h? Sicher nicht, dass in der Messkonfiguration z.B. ein Weg mit dem Längenwert 130 km während einer Zeitspanne von 1 h Zeitdauerwert zurückgelegt wird. Die Bewegung ist ja ungleichförmig, verschiedene Bewegungszustände lösen einander dauernd ab, und das Messobjekt ist nicht der Bewegungsablauf als ganzer, sondern einer seiner verschiedenen Bewegungszustände.
Die Aussage bezieht sich also nicht auf das Messobjekt, sondern auf eine Zurückführungskonfiguration der Klasse "Zeitlich begrenzte gleichförmige Bewegung", welche bezüglich der Geschwindigkeit dem Messobjekt äquivalent ist.
Für die Klasse der Zurückführungskonfigurationen gilt $v = k \cdot s/t$, und für die Zurückführungskonfiguration (Nr. 1) gilt mit $s_1 = 130$ km und $t_1 = 1$ h dann $v_1 = k \cdot 130$ km/h. Die Verfügung $k = 1$ führt schließlich zu der Angabe $v_1 = 130$ km/h.
Da die Geschwindigkeitsmessung auf diese Weise auf eine Längen- und eine Zeitdauermessung zurückgeführt ist, liegt eine Größenwertprojektion vor. Sie setzt wie schon gesagt die Vorstellung von einer Zurückführungskonfiguration voraus, enthält die Verfügung über einen zunächst unbestimmten Proportionalitätsfaktor und läuft auf die Anwendung zweier Messverfahren hinaus, nämlich auf ein Längen- und ein Zeitdauermessverfahren.
Durch diese Größenwertprojektion entsteht ein rudimentäres Größensystem, das neben den Basisgrößenarten Länge und Dauer die abgeleitete Größenart Geschwindigkeit aufweist.

2.5 Flächeninhalt

Als viele Frauen noch über die Fähigkeit verfügten, ein Kleid für sich selbst zu schneidern, konnte man in Kaffeekränzchen Sätze hören wie "Für dieses Kleid habe ich 2,9 Meter Stoff benötigt". Mit der Längenwertangabe 2,9 m war dabei ein Flächeninhaltswert gemeint. Verallgemeinert man solche Angaben auf beliebig geformte Flächenstücke, dann hat z.B. die Angabe $A_1 = 2{,}9$ m folgende Bedeutung: Der betreffende Flächeninhaltswert ist so groß wie der einer Rechteckfläche, die bei genormtem Breitenwert einen Längenwert von 2,9 m hat.
Hier dienen Längenwerte als Flächeninhaltswerte, wobei ein Rechteck mit fest vereinbartem Breitenwert die Zurückführungskonfiguration ist. Mit a als Zeichen für die Länge und b als Zeichen für die Breite des Rechtecks gilt für den Flächeninhalt $A = k \cdot a\, b$, worin k zunächst unbestimmt ist. Damit beruht die Größenwertprojektion auf der Vorstellung von einem Rechteck genormter Breite b_0, das dem Messobjekt flächeninhaltsgleich ist, auf der Verfügung $k = 1/b_0$, und auf einem Messverfahren für die Länge in der Zurückführungskonfiguration.
So entsteht ein rudimentäres Größensystem mit der Basisgrößenart Länge und der Größenart Flächeninhalt, wobei jedoch beide dieselbe Wertemenge haben. In diesem Größensystem gilt für den Flächeninhalt von Rechtecken $A = a\, b/b_0$, und diese Formel geht für die Zurückführungskonfigurationsklasse wegen $b = b_0$ in $A = a$ über.

2.6 Masse

In den letzten Jahrzehnten fand man Massenwerte von Elementarteilchen oft in MeV (Megaelektronenvolt) angegeben, obwohl 1 MeV eine Energieeinheit (etwa $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ J) ist.
Dieser Größenwertprojektion von Massewerten auf Energiewerte liegt die Einstein-Formel zugrunde. Sie hat im ISQ die Form $E = m\, c^2$ und

drückt die Äquivalenz von Masse (genauer: Impulsmasse) und Gesamtenergie eines Systems aus, im vereinfachten Fall die Gesamtenergie eines Körpers relativ zu einem Bezugssystem. Die Zurückführungskonfiguration ist das Teilchen selbst. Der Proportionalitätsfaktor ist c^2, und man setzt ihn $c^2 = 1$.
Die Ruhemasse des Elektrons wird dann mit rund 0,511 MeV angegeben, und das bedeutet: Das Elektron hat die Masse, die sich nach der Einstein-Formel bei einer Gesamtenergie von 0,511 MeV ergibt. Sie lässt sich berechnen zu (0,511 MeV)/c^2, worin angenähert $c = 3{\cdot}10^8$ m/s ist.

3. Größenwertprojektionen auf einzelne Basisgrößenwerte

In den Kapiteln 3 bis 5 gebe ich Beispiele für Größenwertfestlegungen im ISQ für abgeleitete Größenarten. Ich beginne mit Beispielen für eine Größenwertprojektion auf Basisgrößenwerte.

3.1 Umfangsbezogener Flächeninhalt

In der Sage von der Gründung der Stadt Karthago versuchte die spätere Königin Dido, mit einem Seil ein möglichst großes Areal zu umspannen. In heutiger Sprechweise kam es somit darauf an, den Wert der Größe umfangsbezogener Flächeninhalt durch die Formgebung des Areals zu maximieren.
Im ISQ ist diese Größe – nach einer Verfügung über einen Proportionalitätsfaktor, siehe weiter unten – als Quotient aus dem Flächeninhalt eines Flächenstücks und der Länge seiner Randlinie definiert. Der Größenwert ergibt sich bei Verwendung des SI dann in der Einheit Meter, d.h. der umfangsbezogene Flächeninhalt ist auf eine Länge zurückgeführt.
Diese lässt sich in einer Zurückführungskonfiguration, die aus einem aus 16 kleineren Quadraten zusammengefügten Quadrat besteht, direkt messen. Der umfangsbezogene Flächeninhalt des großen Quadrates ist dann auf die Seitenlänge der kleinen Quadrate zurückgeführt, und die Angabe 3 m für den umfangsbezogenen Flächeninhalt eines Flächenstücks bedeutet: Er ist so groß wie bei einem Quadrat, das aus 16 Quadraten mit dem Seitenlängenwert 3 m zusammengesetzt ist. Das ist leicht nachzurechnen.
Für den umfangsbezogenen Flächeninhalt A^* von Flächen, die bei einem Flächeninhalt A eine Umfangslinie mit einer Gesamtlänge u aufweisen, gilt zunächst $A^* = k \cdot A/u$. Über den Proportionalitätsfaktor wird durch $k = 1$ verfügt. Außerdem ist die Vorstellung von einer Zurückführungskonfiguration nötig, die bezüglich des umfangsbezogenen Flächeninhalts zum Messobjekt äquivalent ist, und für die Längenbestimmung in der Zurückführungskonfiguration (in Gedanken) ein entsprechendes Messverfahren.

3.2 Lichtstromstärke

Die Einheit Candela ist im SI als ein Lichtstärkewert in einer bestimmten Konfiguration definiert. Sie dient aber auch als Einheit für Größenwerte der Größenart Lichtstrom, die ich, wie in Abschnitt 1.5 erläutert, aber Lichtstromstärke nenne.
Sie ist im ISQ mittels der Konfigurationsklasse "Punktförmige Lichtquelle, von der in alle Richtungen innerhalb eines Raumwinkels Licht mit gleicher Lichtstärke ausgeht" definiert. Zwischen der Stärke Φ des Lichtstroms, der Lichtstärke J und dem Öffnungsweitenwert Ω des Raumwinkels besteht mit k als Proportionalitätsfaktor der Zusammenhang $\Phi = k \cdot J\,\Omega$.
Die Candela als Licht<u>strom</u>stärke-Einheit ist dann festgelegt durch: Der Wert 1 Candela für die Stärke des in den Raumwinkel abgestrahlten Lichtstroms liegt bei derjenigen Konfiguration der oben genannten Konfigurationsklasse vor, bei welcher der Lichtstärkewert der Lichtquelle 1 Candela beträgt und der Öffnungsweitenwert des Raumwinkels gleich der Öffnungsweiteneinheit 1 (siehe Abschnitt 4.3) ist.
Gibt man z.B. für einen Lichtstrom den Lichtstromstärkewert 5 cd an, so heißt das: Er ist derselbe wie der eines Lichtstroms, der von einer punktförmigen Lichtquelle mit dem Lichtstärkewert 5 cd in einen Raumwinkel abgestrahlt wird, dessen Öffnungsweitenwert gleich der Öffnungsweiteneinheit 1 ist.
Da ich über die Öffnungsweite von Raumwinkeln erst in Unterabschnitt 4.3 spreche, verzichte ich hier auf die die Bemerkungen zu Proportionalitätsfaktor und Messverfahren.
Man gibt übrigens der Einheit Candela den Anwendungsnamen Lumen (lm), wenn man sie als Einheit der Lichtstromstärke verwendet.

4. Größenwertprojektionen auf neutral dimensionierte Größen

Neutral dimensionierte Größen werden oft dimensionslos genannt, doch das ist nicht nur im Hinblick auf DIN 1313 normwidrig, es ist auch irreführend. Denn auch diese Größen gehören einer Dimension des ISQ an. Sie haben als Einheit die Zahl 1, und weil diese das neutrale Element des Einheitensystems ist, nenne ich sie und die Größen, deren Werte mit ihrer Hilfe dargestellt werden, neutral dimensioniert.

4.1 Anzahl

Den Mächtigkeitswert (mathematischer) Mengen gibt man im Alltag oft anders als in der Mathematik nicht durch die bloße Kardinalzahl (Anzahl) an, sondern mit dem Zusatz "Einheit" oder "Stück" usw. (Die Autoproduktion betrug 200000 Einheiten, diese Zigarettenpackung enthält 19 Stück.) Deshalb darf man davon ausgehen, dass der Mächtigkeitswert n_1 einer Menge Nr.1 zunächst nicht gleich ihrer Kardinalzahl N_1 ist, sondern dieser lediglich proportional: $n_1 = k \cdot N_1$. Erst durch die Verfügung $k = 1$ kommt man dann zu den üblichen Mächtigkeitswerten, welche auch die Werte des ISQ sind. Zu ihrer Ermittlung werden die Elemente der Menge abgezählt.

Wird hingegen ein Proportionalitätsfaktor $k \notin \mathbb{R}$ zugelassen, dann bieten sich auch andere Bestimmungsverfahren an, z.B. Wägen oder sonstige Verfahren, auf die ich hier aber nicht näher eingehe.

Die Werte der zunächst eigenständig gedachten Urgröße Mächtigkeit – sie ist für spezielle Fälle unter dem Namen Stoffmenge mit der Basiseinheit Mol im SI neben der Größe Anzahl vorhanden – dürfen also im ISQ auch auf reelle Zahlen projiziert werden.

Die kohärente Einheit der Größe "Anzahl" ist nicht frei wählbar, sie liegt mit der Zahl 1 für alle Einheitensysteme des ISQ fest.

4.2 Spreizweite

Für die Spreizweite φ des Zentriwinkels in einem Kreissektor gilt mit b und r als den Zeichen für die Bogenlänge und die Radiuslänge $\varphi = k \cdot b/r$, worin k zunächst unbestimmt ist. Die Größenwertprojektion, durch welche die Größe Spreizweite in das ISQ eingefügt wird, beruht auf der Verfügung $k = 1$. Dadurch werden die Spreizweitenwerte Zahlen mit der Einheit 1. Eine Angabe $\varphi_1 = 0{,}8$ bedeutet dann: Der Spreizweitenwert des Winkels Nr.1 ist so groß wie der eines Zentriwinkels in einem Kreissektor, in dem die Bogenlinie 0,8-mal so lang ist wie eine Radiuslinie.

Die Bestimmung der Spreizweitenwerte ist damit im Prinzip auf ein Messverfahren für die Mächtigkeit von Mengen (Abzählverfahren) zurückgeführt und beruht auf der Verfügung über einen Proportionalitätsfaktor. Die abzuzählende Menge besteht aus Radiuslinien und abgezählt wird, wieviele von ihnen man aneinander legen muss, um die (gestreckt zu denkende) Bogenlinie zu erhalten. Eine Interpolationsmöglichkeit ist dabei vorausgesetzt. Praktisch findet man den Spreizweitenwert allerdings nicht durch tatsächliches Abzählen, sondern durch Dividieren zweier Längenwerte (die übrigens nicht dem ISQ angehören müssen).

Die Einheit der Spreizweite ist die Zahl 1. Sie wird im SI durch jeden Kreissektor realisiert, in dem die Bogenlinie und die Radiuslinie den gleichen Längenwert haben.

Die zur Definition der Spreizweiteneinheit dienende Größenwertprojektion ist ein Musterbeispiel für die Einheitendefinition bei Verhältnisgrößen.

4.3 Öffnungsweite

Für die Öffnungsweite Ω des Raumwinkels an der Spitze eines Kugelsektors gilt mit A und r als den Zeichen für den Flächeninhalt der Kugelfläche im Kugelsektor – Grundfläche genannt – und für die Radiuslänge die Gleichung $\Omega = k \cdot A/r^2$, worin k zunächst unbestimmt ist. Die Definition der Größe Flächeninhalt wird dabei im Rahmen des ISQ vorausgesetzt (siehe Abschn. 5.1). Die Größenwertprojektion, mit der die Größenart Öffnungsweite ins ISQ eingefügt wird, erfolgt durch die Verfügung $k = 1$. Auf diese Weise sind die Öffnungsweitenwerte reelle Zahlen mit der Einheit 1 und es liegt im Prinzip wieder ein Abzählverfahren vor, auch wenn die Ermittlung der Zahl praktisch auf die Division zweier Flächeninhaltswerte hinausläuft.

Die Öffnungsweiteneinheit wird im SI durch einen Kugelsektor realisiert, in dem die Grundfläche mit einem Quadrat flächeninhaltsgleich ist, dessen Seiten denselben Längenwert haben wie die Radiuslinien.

Ein Öffnungsweitenwert von z.B. 2 bedeutet dann: Er ist so groß wie der Öffnungsweitenwert in einem Kugelsektor, in dem die Grundfläche doppelt so groß ist wie ein über einer Radiuslinie errichtetes Quadrat.

5. Beispiele für allgemeinere Größenwertprojektionen im Rahmen des ISQ und in der Mathematik

5.1 Flächeninhalt

Der Einheitenterm m^2 dient im SI unter anderem als Flächeninhaltseinheit. Die Definition beruht auf der Zurückführungskonfigurationsklasse "Quadrat". Zwischen seinem Flächeninhalt A und der Seitenlänge a besteht die Beziehung, $A = k \cdot a^2$, worin k zunächst unbestimmt ist.

Man verfügt über den Proportionalitätsfaktor durch $k = 1$ und legt dann die SI-Einheit für die Größe Flächeninhalt wie folgt fest: Der Term m^2 dient als Flächeninhaltswert für ein Quadrat, dessen Seitenlinien einen Längenwert von 1 m haben.

Die Bedeutung einer Angabe wie $A_1 = 3\ m^2$ ist folgende: Der Flächeninhaltswert ist so groß wie der von 3 Quadraten, deren jedes eine Seitenlinienlänge mit den Wert 1 m hat. Doch im Hinblick auf die Zurückführung des Flächeninhaltsmessverfahrens auf ein Längenmessverfahren muss man es umständlicher sagen: Der Flächeninhaltswert $3\ m^2$ ist so groß wie der eines Quadrates mit der Seitenlänge $3^{1/2}$ m.

Damit ist die Flächeninhaltsbestimmung auf eine Längenmessung zurückgeführt. Die vorliegende Größenwertprojektion beruht auf einer Zurückführungskonfiguration, auf der Verfügung über einen Proportionalitätsfaktor und erfordert ein für eine andere Größenart vorgesehenes Messverfahren.

5.2 Beschleunigung

Im SI dient der Term m/s^2 unter anderem als Beschleunigungseinheit. Ihre Definition stützt sich auf die Zurückführungskonfigurationsklasse "Gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus dem Stand". Zwischen der Beschleunigung a, der Endgeschwindigkeit v und der Bewegungsdauer t besteht dort die Beziehung $a = k \cdot v/t$, worin k zunächst unbestimmt ist. Es wird nun $k = 1$ verfügt und festgelegt: Beschleunigungseinheit ist der Beschleunigungswert bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung aus dem Stand, bei der die Bewegungsdauer und die Endgeschwindigkeit die Werte 1 s und 1 m/s haben. Die Einheit 1 m/s wird als bereits definiert vorausgesetzt. Damit ist die Beschleunigungseinheit (1 m/s)/(1 s) = 1 m/s^2.
Die Angabe a_1 = 7 m/s^2 für eine Momentanbeschleunigung bedeutet: Sie ist so groß wie die Beschleunigung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung aus dem Stand, bei der bei einer Bewegungsdauer mit dem Wert 1 s der Wert der Endgeschwindigkeit 7 m/s beträgt. Die Definition der Geschwindigkeitseiheit 1 m/s wird dabei, wie schon gesagt, vorausgesetzt.
Für die Einfügung der Größe Momentanbeschleunigung in das ISQ sind also zwei Zurückführungskonfigurationen nötig, eine für die Zurückführung eines Bewegungszustandes einer ungleichmäßig beschleunigten Bewegung auf eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus dem Stand und eine für die dabei vorauszusetzende Zurückführung eines Bewegungszustandes einer ungleichförmigen Bewegung auf eine gleichförmige. Dazu kommen zwei Verfügungen über einen Proportionalitätsfaktor und zwei Messverfahren, eines für Längen und eines für Zeitdauern, so wie die mathematische Verarbeitung der Messergebnisse.

5.3 Differenzialrechnung und Größenwertprojektion

Das Prinzip der Größenwertprojektion liegt auch der Differenzialrechnung zugrunde und kommt durch die auf G. W. LEIBNIZ zurückgehende Symbolik deutlich zum Ausdruck.
Der Differenzialquotient wird meist als "Steigung" von Kurven in einem kartesischen Koordinatensystem eingeführt. Das Wort Steigung steht in Gänsefüßchen, denn es handelt sich ja nicht um eine Steigung im physikalischen Sinn, d.h. nicht um eine Steigung in einem Gelände, sondern nur um ein Bild, mit dessen Hilfe man funktionale Zusammenhänge zwischen reellen Zahlenvariablen x und y veranschaulicht. Für diese Steigung verwendet man das Zeichen y' und definiert sie durch $y' = \mathrm{d}y/\mathrm{d}x$. Die Differenziale $\mathrm{d}x$ und $\mathrm{d}y$ sind dabei Koordinatenunterschiede in einer Zurückführungskonfiguration, nämlich die Koordinatenunterschiede zweier Punkte einer Geraden. (Die Differenziale sind nicht, wie man oft irrtümlich glaubt, unendlich kleine Größenwerte; sie beschreiben vielmehr eine endliche Zurückführungskonfiguration und können demzufolge beliebig groß sein.)
Bei dieser Größenwertprojektion wird die Kurve in dem betrachteten Punkt als äquivalent zur dortigen Tangente betrachtet, d.h. letztere bildet die Zurückführungskonfiguration.
Die Verfügung über den Proportionalitätsfaktor steckt in der Definition von "Steigung". Die Steigung einer Geraden braucht zunächst ja nur als prortional zum Quotienten der Koordinatenunterschiede zweier Punkte festgelegt zu werden, in der Zurückführungskonfiguration also durch $y' = k \cdot \mathrm{d}y/\mathrm{d}x$. Die Festlegung $k = 1$ ist dann ein weiterer Definitionsschritt.
Bei der physikalischen Steigung, also bei einer Steigung im Gelände, könnte man anchließend die Anwendung eines Abzählverfahrens betonen, doch bei der mathematischen "Steigung" einer linearen Zahlenbeziehung (Gleichung einer Geraden) hat das wenig Sinn. Alle Verfahren sind dort gleichsam Abzählverfahren, denn die Ergebnisse sind immer reelle Zahlen mit der Einheit 1.
In der Symbolik der Integralrechnung spiegelt sich ein Verfahren der Größenwertprojektion nicht wider.

6. Zusammenfassendes und Ergänzendes

6.1 Kern der Größenwertprojektion

Die angeführten Beispiele lassen das Vorgehen bei der Einfügung von Größen in ein Größensystem erkennen: Man führt (in Gedanken) eine autonome Größenwertbestimmung auf ein oder mehrere andere Bestimmungsverfahren für Werte von Basisgrößen oder neutral dimensionierten Größen zurück. Je nachdem, in wie viel Schritten man von der einzufügenden Größe zu den Basisgrößen oder zu einer neutral dimensionierten Größe gelangt, braucht man entsprechend viele Zurückführungskonfigurationen. Ihre Anzahl reduziert sich unter Umständen dadurch, dass die Messkonfiguration mit der Zurückführungskonfiguration identisch ist (vgl. Abschn. 2.1, 2.3, 2.6). Zudem braucht man im Zusammenhang mit jeder Zurückführungskonfiguration eine Verfahren, mit dem sich für zwei verschiedene Objekte die Gleichheit der Größenwerte feststellen lässt. So muss man z.B. in der Lage sein, bei der Definition der Flächeninhaltseinheit m^2 die Flächeninhaltsgleichheit zwischen einer beliebigen Fläche und einem Quadrat festzustellen. Nur zusammen mit diesem ***Gleichheitsfeststellungsverfahren*** ist das Längenmessverfahren dann als

Flächeninhaltsmessverfahren – alles in Gedanken! – verwendbar.
Im Übrigen gilt, wie ich exemplarisch gezeigt habe, für die Größenwertprojektionen bei der Einfügung von Größen in Größensysteme das Prinzip:

> Als Einheiten für Größen einer jeden Größenart lassen sich alle Einheiten bzw. Einheitenterme eines Einheitensystems verwenden.

Das Problem besteht allerdings darin, geeignete Zurückführungskonfigurationen anzugeben. Doch nicht nur dies spricht gegen unkonventionelle Größenwertprojektionen; auch ihre meist große Unanschaulichkeit macht sie kaum praktikabel.

6.2 Änderungsvorschläge zum ISQ

Dennoch sei – nicht zuletzt wegen ihrer wissenschaftshistorischen Bedeutung – zu einigen unüblichen Größenwertprojektionen noch kurz etwas gesagt. Im Lauf der Zeit hat es aus verschiedenen Gründen immer wieder Bestrebungen zur Veränderung des ISQ gegeben, und ich führe einige davon an, weil sie aus heutiger Sicht entweder auf eine Größenwertprojektion hinausliefen oder auf die Einführung einer weiteren Basisgrößenart, also auf die Beseitigung einer vorangegangenen Größenwertprojektion.
Am häufigsten findet man die dem Wunsch nach Anschaulichkeit entsprungenen Vorschläge, für Spreizweitenwerte im SI statt der Einheit 1 eine eigenständige Basiseinheit vorzusehen. Das heißt, dass man die in der höheren Mathematik übliche Größenwertprojektion der Spreizweitenwerte auf reelle Zahlen ("Winkel im Bogenmaß") für den Bereich der Physik aufheben will. Aus der Fülle der Autoren mit diesbezüglichen Vorschlägen nenne ich hier stellvertretend für alle H. WITTMANN [6].
Infolge einer Größenwertprojektion oder ihrer Aufhebung ändert sich in den Gleichungen die Anzahl der Konstanten. Macht man die Spreizweite zu einer Basisgrößenart, tritt eine zusätzliche Konstante auf. Einer ihrer Namen ist Winkeloperator [7].
Eine Erweiterung des SI um eine Basisgrößenart zur Beschreibung der magnetischen Phänomene forderte R. FLEISCHMANN und er wandte in dem von ihm verfassten Lehrbuch [8] ein so erweitertes Größensystem konsequent an. Die darin auftretende zusätzliche Konstante im Elektromagnetismus heißt elektromagnetische Verkettung oder Verkettungskonstante.
In dem Bestreben, die Basis eines Größensystems von den menschlichen Sinneswahrnehmungen unabhängig zu installieren, ist G. OBERDORFER [9] dafür eingetreten, der Größenart Temperatur im ISQ den Basischarakter zu nehmen. Er schlug vor, sie auf die Größenart stoffmengenbezogene Energie zurückzuführen, und stützte sich dabei darauf, dass die thermodynamische Temperatur und die stoffmengenbezogene innere Energie eines einatomigen idealen Gases einander proportional sind. Temperatureinheit bei OBERDORFER ist 1 J/mol bzw. der entsprechende Term aus den Basiseinheiten. Verfügt wird über die allgemeine Gaskonstante R durch $R = 2/3$, und Zurückführungskonfiguration ist eine beliebige Portion eines einatomigen idealen Gases.
Eine andere Größenwertprojektion der Größenart Temperatur findet sich bei F. ROTTER [10]. Er projiziert die Temperaturwerte auf Frequenzwerte, wobei ihm die Gesetze des schwarzen Strahlers die notwendige Proportionalität zwischen thermodynamischer Temperatur und Frequenz liefern. Temperatureinheit bei ROTTER ist das Hertz, bzw. die reziproke Sekunde. Zurückführungskonfiguration ist ein ideal schwarzer Körper mit seiner Wärmestrahlung, und verfügt wird über die Boltzmann-Konstante k durch $k = h$ (h = Planck-Konstante). Auf weitere Einzelheiten kann ich wegen des relativ großen Aufwandes für ihre Besprechung hier nicht eingehen.
In Abschn. 4.1 habe ich erwähnt, dass das ISQ mit der Größe Stoffmenge eine Basisgrößenart aufweist, die man als eine Mächtigkeit auffassen kann, deren Werte keine Zahlen sind. J. WENINGER [11] hat die Auffassung vertreten, dass diese Basisgrößenart überflüssig und lediglich ein Relikt alter und schlechter Gewohnheiten sei. Er hat sich engagiert dafür eingesetzt, beim Rechnen in Chemie und physikalischer Chemie sich der Größe Anzahl und nicht der Größe Stoffmenge zu bedienen. Bei Wegfall der Basisgrößenart Stoffmenge wird über die Avogadro-Konstante N_A durch "N_A = Anzahl der Atome in einer Kohlenstoffportion des Isotops C12, deren Massenwert exakt 12 g beträgt" verfügt. Zurückführungskonfiguration ist jede aus bestimmten einzelnen Teilchen bestehende Stoffportion.

6.3 Schlussbemerkung

Ich hoffe, mit meinen Ausführungen vor allem die Rolle der Größenwertprojektion bei der Einfügung von Größen in Größensysteme ausreichend verdeutlicht zu haben. Die Zurückführungen von Messverfahren auf solche für Basisgrößen bzw. für neutral dimensionierte Größen, d.h. auch die entsprechenden Interpretationen von Einheitentermen sind allerdings meist nicht so einfach wie in den gezeigten Beispielen.
Auf die Frage nach dem Sinn meiner Ausführungen antworte ich abschließend: Die Verwendung der Mathematik zur Beschreibung der "Wirklichkeit" darf letztere nicht aus dem Auge verlieren. Doch das würde sie, wenn sie die Zusammenhänge zwischen den Phänomenen und den zu ihrer Beschreibung eingesetzten Denkverfahren ausblendete. Wie solch ein Verlust der Wirklichkeit

aussehen kann, zeigt eine Anekdote über die Witzfigur Graf Bobby. "Stell dir vor", sagt er zu seinem Freund Fredy, "gestern hab' ich Strafe zahlen müssen, weil ich in der Stadt 80 km in einer Stunde gefahren bin. Und dabei war ich erst fünf Minuten unterwegs!" Dem Grafen Bobby ist es offensichtlich nicht klar, dass die Aussage "80 km in einer Stunde" die Beschreibung einer Zurückführungskonfiguration ist. Er hält diese für die Wirklichkeit und hat damit letztere aus dem Auge verloren. Das kann ihm nur passieren, weil ihm die Kenntnis der Denkschritte fehlt, auf denen die quantitative Naturbeschreibung beruht.

Die unscharfe physikalische Terminologie trägt im Verein mit einer kategorieverwischenden Formelsprache leider oft zu einer Vernebelung der Zusammenhänge bei, und so bildet sich beim Lernenden leicht aus den Begriffen Objekt, Größe, Größenwert und Einheit ein diffuser Begriffssalat. Deshalb habe ich auch in diesem Punkt versucht, ein wenig zur Klärung beizutragen.

Ich habe mich in den vorliegenden Ausführungen allerdings auf die Sachstrukturanalyse beschränkt, und diese Zeilen sind somit kein methodischer Ansatz, sondern lediglich die Voraussetzung für einen solchen.

Für die Bildung der Begriffe Konfiguration, Objekt, Größe, Größenwert und Einheit würde sich übrigens der Geometrieunterricht hervorragend eignen. Doch mir sind noch keine Versuche in dieser Richtung bekannt. Offensichtlich hat die Mathematikdidaktik diesen Themenkreis noch nicht als unterrichtsrelevant wahrgenommen.

7. Literatur

[1] MNU (Der math. und naturwiss. Unterricht) Jg. 55, Heft 8, Dez. 2002, Bildungsverlag 1 Dümmler Troisdorf, ISSN 0025-5866

[2] Normblatt DIN 1313 "Größen" vom Dezember 1998; Beuth Verlag Berlin

[3] RANG, O.: Der Größenbegriff in der Norm DIN 1313, Teil 1, Größen ohne Größensystem; MNU 52, 394 - 398, (1999); Teil 2, Größen mit Werten in Größensystemen; MNU 53, 23 - 28, (2000)

[4] FLEISCHMANN, R.: Das physikalische Begriffssystem als mehrdimensionales Punktgitter; Z. Physik 133, S. 301 - 308 (1954)

[5] WENINGER, J.: Grundlegung eines verständigen Umgehens mit Größen und Größengleichungen, Teil 1; Inst. f. d. Päd. d. Naturwiss., Kiel (1995)

[6] WITTMANN, H.: A New Approach to the plane Angle; Metrologia 25, 193 - 203 (1988)

[7] WALLOT, J.: Größengleichungen, Einheiten und Dimensionen, J. A. Barth Leipzig (1957)

[8] FLEISCHMANN, R.: Einführung in die Physik; Physik Verlag Weinheim, 2. Aufl. (1980)

[9] OBERDORFER, G.: Das System internationaler Einheiten SI; Springer, Wien New York (1977)

[10] ROTTER, F.: Über den Temperaturbegriff; Die Technik in wiss. Abhandl., Ausg. E; 2, 60 - 64 und 92 - 96 (1952)

[11] WENINGER, J.: Anzahl kontra Stoffmenge; MNU 33, 274 - 283 (1980)

Anmerkung

*) Im Interesse einer flüssigen Ausdrucksweise verwende ich nur männliche Berufs- und Standesbezeichnungen. Mit ihnen sind selbstverständlich auch Frauen bzw. Mädchen gemeint.

Anschrift: Prof. Dr.-Ing. Otto Rang
Quentelberg 14
D 69469 Weinheim