

Zu den Ursachen der elektromagnetischen Induktion Ein Gesamtüberblick und Empfehlungen zur Einführung des Faraday'schen Gesetzes

Rolf Pelster, Fabian Schön, Thomas Klein

Universität des Saarlandes, FR Physik, Campus E2 6, 66123 Saarbrücken

rolf.pelster@mx.uni-saarland.de, f.schoen@schule.saarland, th.klein@schule.saarland

(Eingegangen: 21.12.2021; Angenommen: 22.11.2022)

Kurzfassung

Gemäß dem Faraday'schen Gesetz rufen Änderungen des magnetischen Flusses in Leiterschleifen Induktionsspannungen hervor. Bereits einfache Experimente zeigen allerdings, dass ein Unterschied zwischen dem Fluss des End- und des Ausgangszustands keine hinreichende Bedingung für das Auftreten von Induktion ist. Wir nehmen dies zum Anlass, den komplexen fachlichen Hintergrund insbesondere für Studierende und Referendare in kompakter Form aufzubereiten. Entscheidend für alle Induktionsphänomene ist eine auf Ladungen lokal einwirkende elektromagnetische Kraft, die eindeutig mit der integralen Größe Induktionsspannung verknüpft ist. Die in der Oberstufe und in universitären Anfängervorlesungen übliche Vereinfachung des Begriffs Flussänderung macht aus dem Faraday'schen Gesetz eine nicht mehr allgemeingültige Flussregel, was zum Abbau der fachlichen Komplexität durchaus angebracht ist. Um Fehlinterpretationen und Verständnisschwierigkeiten zu vermeiden, empfehlen wir aber, bereits bei der Einführung des Begriffs Flussänderung den Bezug zur wirkenden Kraft herzustellen. Dies ist auch ohne mathematischen Aufwand möglich und trägt zu einem kohärenten Gesamtbild der elektromagnetischen Induktion bei.

Abstract

According to Faraday's law, a change of magnetic flux induces an electromotive force in a circuit. However, already simple experiments demonstrate that a difference of flux between final and initial state is not a sufficient condition for induction. We use this as an opportunity to recapitulate the complex physical background, targeting mainly students and future teachers. A local electromagnetic force acting on charges is essential for all induction phenomena. This force is unambiguously linked to the measured integral quantity, i.e. to the electromotive force. Usually, the concept of a flux change is simplified in secondary school as well as in university lectures for first year students. In doing so, Faraday's law becomes a flux rule that is not universally valid but easier to understand. To avoid misinterpretations and misconceptions we recommend to relate the concept of flux change to the acting forces. This can be done right from the start and requires no additional mathematical efforts.

1. Einleitung

Die elektromagnetische Induktion ist ein wichtiges Phänomen, das standardmäßig im Schulunterricht der Mittel- und Oberstufe¹ [1-17] sowie im Physikstudium [18-27] behandelt wird. Dabei werden zwei Erscheinungsformen betrachtet: Induzierte Spannungen treten in Leiterschleifen auf, wenn deren Inneres von einem zeitlich veränderlichen Magnetfeld durchsetzt wird oder wenn Teile der Schleife senkrecht oder schräg zu einem zeitlich konstanten Magnetfeld verschoben werden bzw. die Schleife gedreht wird. In der Oberstufe und an der Universität werden die Induktionsphänomene im Faraday'schen Gesetz zusammengefasst: Induktionsspannungen sind auf zeitliche Änderungen des magnetischen Flusses durch eine Schleife, $\Phi = \int \vec{B} d\vec{A}$, zurückzuführen, wobei \vec{B} die magnetische Flussdichte und $d\vec{A}$ ein Flächenelement der Schleife bezeichnet, das in Richtung der

Flächennormale zeigt. Diese Formulierung ist kompakt und erlaubt, viele konkrete physikalische Problemstellungen zu diskutieren und auf einfache Weise auch mathematisch zu behandeln. Gleichzeitig scheint das Faraday'sche Gesetz bei einigen Experimenten zu versagen (siehe unten). Unverständlich ist es darüber hinaus, da es experimentelle Befunde zusammenfasst, denen im Rahmen der klassischen Physik völlig unterschiedliche Wirkungsmechanismen zugrunde liegen [21]. Es scheint auf einem nicht weiter verständlichen physikalischen Zufall zu beruhen und lässt sich dementsprechend auch nicht herleiten. All diese Unzulänglichkeiten lösen sich erst im Rahmen der relativistischen Beschreibung auf, die jedoch weder in der Oberstufe noch zu Studienbeginn zur Verfügung steht.

¹ Einen Überblick gibt [14].

Zur Verdeutlichung der oben beschriebenen Problematik betrachten wir zunächst das in Abb. 1 skizzierte Lehrbuchbeispiel eines einfachen Experimentes [15, 18]. Ein metallischer Ringkern werde durch eine (in Abb. 1a nicht eingezeichnete) von Gleichstrom durchflossene Spule magnetisiert. In Abb. 1b ist dessen kreisförmige Querschnittsfläche des Betrags $|\vec{A}_B|$ skizziert, innerhalb derer eine magnetische Flussdichte \vec{B} herrscht, die senkrecht aus der Bildebene herauszeigt. Eine um den Ringkern gelegte Messschleife umschließt daher den magnetischen Fluss $\Phi = \vec{A}_B \cdot \vec{B}$ (Abb. 1b links). Die Messschleife kann an den beiden skizzierten Punkten aufgetrennt werden und so um den metallischen Ringkern herumgeführt werden, dass immer eine leitende Verbindung zwischen den beiden Enden besteht. Am Ende des Prozesses (Abb. 1b rechts) umschließt die Schleife den Ringkern nicht mehr und der Fluss ist $\Phi = 0$. Obwohl sich der magnetische Fluss des Anfangs- und des Endzustands unterscheiden, zeigt das Voltmeter beim Herausziehen der Schleife keine induzierte Spannung an. Auf die physikalischen Gründe hierfür werden wir später noch eingehen (für weitere Beispiele siehe Anhang II). Das angeführte Experiment mag nicht schulrelevant sein, die zugrundeliegende Frage ist es aber durchaus:

Versagt das Konzept der Flussänderung tatsächlich in gewissen Situationen?

Aussagen hierzu in der Literatur verwirren auf den ersten Blick. Für viele Lehrbücher ist das Faraday'sche Gesetz nur eingeschränkt gültig [15, 18, 22, 27], während es für [23, 24, 26] hingegen allgemeingültig ist. Wir werden im Folgenden herausarbeiten, dass diese Aussagen mit unterschiedlichen Bedeutungen des Begriffs Flussänderung verknüpft sind.

Dementsprechend verfolgen wir mit diesem Artikel mehrere Ziele. Zunächst wollen wir in Abschnitt 2 insbesondere für Studierende und Referendare den komplexen fachlichen Hintergrund des Induktionsgesetzes so aufarbeiten, dass ein kohärentes Gesamtbild entsteht. Darauf aufbauend erläutern wir in Abschnitt 3 die genaue Bedeutung der physikalischen Größe ‚Flussänderung‘, wodurch sich der vermeintliche Widerspruch des Experimentes aus Abb. 1 auflöst. In Abschnitt 4 formulieren wir Empfehlungen für Lehrkräfte an Universität und Schule. Um bei den Lernenden Verständnisschwierigkeiten und Widersprüche zu vermeiden, ist es unseres Erachtens wichtig, die kompakte und einprägsame Formulierung des Faraday'schen Gesetzes schon bei dessen Einführung um eine Präzisierung zu ergänzen.

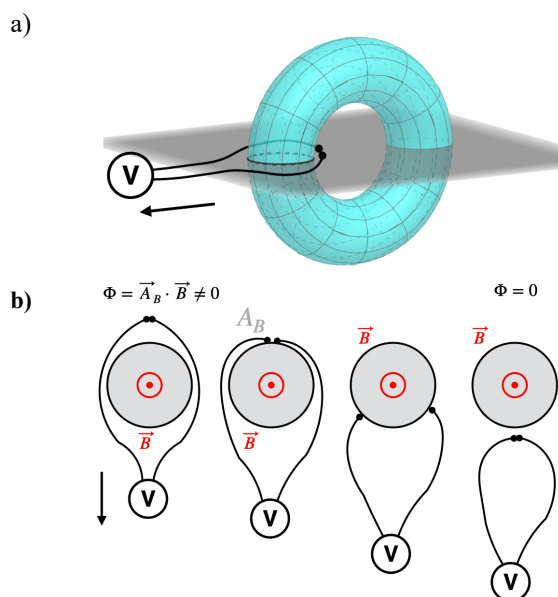


Abb. 1: Ein Experiment, bei dem keine Spannung in der Messschleife induziert wird, obwohl sich der magnetische Fluss des Anfangszustands von dem des Endzustandes unterscheidet: Eine Messschleife umschließt einen magnetisierten Ringkern der Querschnittsfläche \vec{A}_B , in dem eine magnetische Flussdichte \vec{B} herrscht (in der unteren Abbildung zeigen beide Vektoren senkrecht aus der Zeichenebene heraus). Die Schleife lässt sich mit gleitenden Kontakten um den metallischen Ringkern herumführen. Im Ausgangszustand links umschließt die Schleife den Fluss $\Phi = \vec{A}_B \cdot \vec{B}$, im Endzustand hingegen keinen Fluss mehr (nach [18]).

2. Fachlicher Gesamtüberblick

Insbesondere Studierende sowie Referendarinnen und Referendare sind oftmals mit der Schwierigkeit konfrontiert, dass der fachliche Hintergrund des Induktionsgesetzes an der Universität über mehrere Semester und Veranstaltungen verteilt erarbeitet wird, d. h. in Vorlesungen zur Experimentalphysik und zur Theoretischen Physik, und dort nochmals unterteilt in Kapitel der klassischen Physik und Relativitätstheorie. Wir wollen die zugrunde liegende Physik im Folgenden anhand zentraler experimenteller Befunde in Erinnerung rufen, die so oder in ähnlicher Form zum Standardrepertoire vieler Argumentationslinien in Schule und Universität gehören.

In Abschnitt 2.1 beschränken wir uns auf Auszüge der klassischen Physik, wie sie im zweiten Semester einer universitären Vorlesung in Experimentalphysik vermittelt wird. Ein Großteil der Argumentation entspricht dem, was im Schulunterricht der Mittelstufe qualitativ bzw. in der gymnasialen Oberstufe quantitativ behandelt wird, natürlich in mathematisch vereinfachter Form verglichen mit einer universitären Vorlesung.

In Abschnitt 2.2 gehen wir darauf ein, wie die klassische Beschreibung im Rahmen der speziellen Relativitätstheorie erweitert wird: Die Unterscheidung von elektrischen und magnetischen Kräften wird aufgehoben, so dass sich die Inkonsistenzen der klassischen Beschreibung auflösen und ein kohärentes Gesamtbild entsteht.

2.1 Beschreibung der Induktion im Rahmen der klassischen Physik

Induktion bei Relativbewegung von Leitern in Magnetfeldern

In Abb. 2a ist ein Aufbau skizziert, bei dem ein verschiebbares Leiterstück auf metallischen Schienen liegt, die mit einem Voltmeter verbunden sind. Das Leiterstück ist auf einer Länge ℓ dem als homogen angenommenen statischen Feld eines Permanentmagneten ausgesetzt und senkrecht zur magnetischen Flussdichte \vec{B} orientiert. Bewegt man es mit einer Geschwindigkeit \vec{v} im Magnetfeld, zeigt das Voltmeter eine Spannung an. Diese ändert ihr Vorzeichen, wenn man die Bewegungsrichtung oder die Richtung von \vec{B} umkehrt. Es ändert sich auch nichts, wenn man statt des beweglichen Leiterstücks den Magneten horizontal verschiebt: Entscheidend ist einzig die Relativgeschwindigkeit zwischen Leiterstück und Magnet. In der Mittelstufe wird dies nur qualitativ gezeigt, in der Oberstufe hingegen lässt sich die Proportionalität $U_{ind} \propto v \cdot \ell \cdot B$ auch experimentell nachweisen (siehe z. B. [7, 32, 33]). Hierbei bezeichnen v und B keine Beträge, sondern vorzeichenbehaftete Vektor-Komponenten bezüglich der in Abb. 2a gezeigten blauen horizontalen bzw. roten vertikalen Achse. Mit der vom Magnetfeld durchsetzten Fläche $A_B = x \cdot \ell$ und der zeitlichen Ableitung $\dot{A}_B = v \cdot \ell$ (siehe Abb. 2a) kann man dies auch als $U_{ind} \propto \dot{A}_B \cdot B$ schreiben.

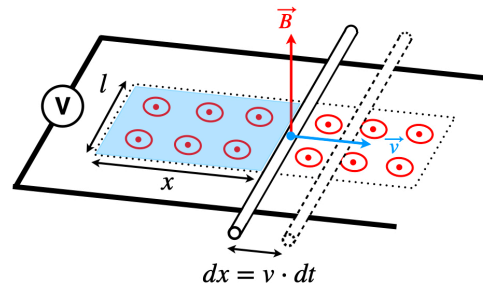
Induktion in ruhenden Leiterschleifen fester Kontur, die einem zeitlich veränderlichem Magnetfeld ausgesetzt sind

Wird eine Leiterschleife wie in Abb. 2b gezeigt von einem zeitlich variierenden Magnetfeld durchsetzt, misst man eine induzierte Spannung, die umso größer ist, je größer die Magnetfeldänderung ist und je schneller diese erfolgt. Dies wird bereits in der Mittelstufe qualitativ gezeigt [1-3]. In der Oberstufe kann experimentell die Proportionalität $U_{ind} \propto A_B \cdot \dot{B}$ erarbeitet werden, indem man für Messschleifen unterschiedlicher Flächen das von einer Spule erzeugte Magnetfeld durch Variation des Stroms ändert [7, 8, 9, 11].

Das Faraday'sche Gesetz als Zusammenfassung der Induktionsphänomene

Die Symmetrie der experimentellen Befunde, die die Phänomene der Bewegungsinduktion ($U_{ind} \propto \dot{A}_B \cdot B$) und der Induktion durch zeitlich veränderliche Magnetfelder ($U_{ind} \propto A_B \cdot \dot{B}$) charakterisiert, motiviert die Einführung des Faraday'schen Gesetzes.

a)



b)

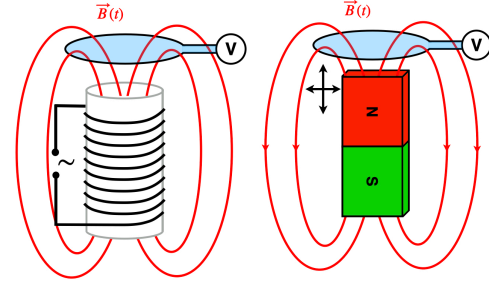


Abb. 2: a) Versuch zur Demonstration der Induktion in einem Leiterstab, der mit der Geschwindigkeit \vec{v} senkrecht zu einem statischen Magnetfeld bewegt wird [7, 8, 9, 11], beispielsweise zwischen den Schenkeln eines Hufeisenmagneten. Das Voltmeter zeigt die induzierte Spannung U_{ind} an. Bei einer Richtungsumkehr von \vec{v} oder \vec{B} kehrt sich auch das Vorzeichen von U_{ind} um. Die vom Magnetfeld durchsetzte Schleifenfläche A_B ist blau eingefärbt.

b) Auch in ruhenden Messschleifen fester Kontur, die einem zeitlich veränderlichem Magnetfeld ausgesetzt sind, wird eine Spannung induziert. Links: Schleife im Wechselfeld einer Spule. Rechts: Annäherung oder Entfernung eines Stabmagneten an die Messschleife. Statt einer Schleife kann auch eine Messspule verwendet werden, was größere Induktionsspannungen zur Folge hat [1, 7].

Es gilt:

$$U_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \{1\}$$

[18, 23, 24, 26], wobei

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \{2\}$$

den magnetischen Fluss durch die Leiterschleifenfläche beschreibt. $d\vec{A}$ bezeichnet ein infinitesimales Flächenelement der Schleife (dies ist ein Normalenvektor, der senkrecht auf der Fläche mit dem Betrag $|d\vec{A}|$ steht). Auf den bisher verwendeten Flächenindex „B“ können wir ab jetzt verzichten: in Bereichen, in denen kein Magnetfeld herrscht, liefert auch $\vec{B} \cdot d\vec{A}$ keinen Beitrag. Das negative Vorzeichen in Gl. {1} lässt sich auf dieser rein empirischen Basis noch nicht begründen (mehr dazu weiter unten). In der Schule wird das Faraday'sche Gesetz zumeist in der Form $U_{ind} = -n \cdot d\Phi/dt$ für eine Leiterschleife mit

n Windungen eingeführt,² wobei der Fluss einer einzelnen Leiterschleifenwindung vereinfacht als $\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B}$ oder $\Phi = A \cdot B \cdot \cos\varphi$ geschrieben wird. Auch in anderen praxisrelevanten Fällen lassen sich die auftretenden Induktionsspannungen mit Hilfe von Gl. {1} beschreiben, d. h. auf eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses zurückführen. Dazu gehört auch der Generator, bei dem eine Spule zwischen den Polen eines Magneten gedreht wird, also A und B konstant sind, jedoch der Winkel zwischen ihnen variiert.

Übergang von integraler zu lokaler Betrachtung

Um zu einem tieferen Verständnis der Induktion zu gelangen und das Experiment in Abb. 1 zu erklären, muss man von den bisherigen integralen Größen zu den lokalen Kräften bzw. Feldern übergehen. Ohne einwirkende Kraft können sich die frei beweglichen Leitungselektronen der metallischen Messschleife nicht verschieben und das angeschlossene Voltmeter auch keine Spannung anzeigen. Als elektromotorische Kraft \mathcal{E} , Ringspannung oder induzierte Spannung U_{ind} bezeichnet man das Wegintegral der einwirkenden Kraft pro Ladung, \vec{F}/q , entlang eines vorgegebenen geschlossenen Weges der Kontur C [22, 23],

$$U_{ind} = \oint_C \frac{\vec{F}}{q} d\vec{s} \quad , \quad \{3\}$$

also die bei einer Verschiebung für einen Umlauf verrichtete Arbeit $\oint \vec{F} d\vec{s}$ pro Ladung q . In einer geschlossenen Leiterschleife bewirkt diese einen Induktionsstrom. Man beachte, dass Gl. {3} ein geschlossenes Linienintegral ist und keine Potenzialdifferenz zwischen zwei Punkten im Raum [15]. Trennt man einfache Schleifen wie die in Abb. 2 an einer Stelle, so dass ein schmaler Spalt entsteht, führen die positiven und negativen Ladungsüberschüsse an den Drahtenden zu einer Potenzialdifferenz, die das eingesetzte Voltmeter erfasst ($U_{mess} + U_{ind} = 0$).

Ein Vergleich mit Gl. {1} und Gl. {2} zeigt die Wegabhängigkeit des Integrals: Je nachdem, wie die Messschleife verläuft, d. h. welche Flussänderung sie erfasst, wird eine andere induzierte Spannung gemessen.³ Der Umlaufsinn des Integrationsweges in Gl. {3} ist so zu wählen, dass er mit der Richtung des Flächenelementes $d\vec{A}$ in Gl. {2} eine Rechtsschraube bildet [18]. In den Zeichnungen dieses Artikels ist dies immer ein Weg gegen den Uhrzeigersinn, so dass der Flächenvektor jeweils nach oben in die z -Richtung zeigt. Das Vorzeichen der induzierten Spannung in Gl. {1} spiegelt die Energieerhaltung wider: Induzierte Ströme fließen so, dass ihr Magnetfeld der sie

erzeugenden Flussänderung entgegenwirken (Lenz'sche Regel) [18].

Die Größe \vec{F}/q hat die Dimension eines elektrischen Feldes, was aber nicht impliziert, dass nur elektrische Kräfte wirken können.⁴ Im Folgenden gehen wir auf die elektrischen und magnetischen Kräfte ein, die Induktionsspannungen hervorrufen.

Magnetische Kräfte auf Ladungen

In Schule wie Hochschule wird i. A. mit der Bewegungsinduktion begonnen, wobei vorher die Lorentzkraft eingeführt wird: Auf eine einzelne Ladung q , die einer statischen magnetischen Flußdichte \vec{B} ausgesetzt ist und sich mit einer Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, wirkt die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad . \quad \{4\}$$

Für Leitungselektronen in einem Metall ist $q = -e$ mit der Elementarladung e . Deren Bewegung lässt sich durch einen Stromfluss oder die Verschiebung eines Leitersegments bewirken und wir werden die Geschwindigkeit im Folgenden entsprechend spezifizieren ($\vec{v} = \vec{v}_{Drift}$ bzw. $\vec{v} = \vec{v}_{Leiter}$).

Demonstrieren lässt sich die Lorentzkraft mit dem in Abb. 3 skizzierten Aufbau.⁵ Das senkrecht zu einem Magnetfeld orientierte Leiterstück beginnt zu rollen, sobald es von einem Strom I durchflossen wird.

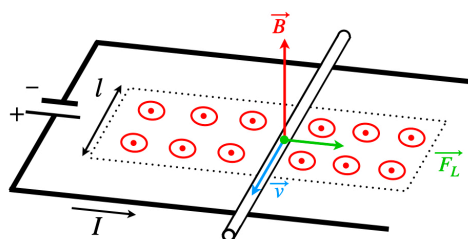


Abb. 3: Versuch zur Demonstration der Lorentzkraft auf einen Leiter, der einer von einem U-Magneten erzeugten magnetischen Flussdichte \vec{B} ausgesetzt ist [7, 11] (Umkehr des Versuchs aus Abb. 2a: Das Voltmeter wurde durch eine Gleichspannungsquelle ersetzt). Sobald der Stromkreis geschlossen wird, fließt ein Strom und der auf die horizontal gelagerten Zuleitungsstäbe gelegte Querstab beginnt unter dem Einfluss der Lorentzkraft \vec{F}_L zu rollen (Gl. {4} mit $q = -e$). $\vec{v} = \vec{v}_{Drift}$ bezeichnet die Driftgeschwindigkeit der Leitungselektronen. Bei einer Umkehr der Strom- oder der Feldrichtung kehrt sich auch die Krafrichtung um.

² Man kann z. B. die Proportionalitäten $U_{ind} \propto \dot{A}_B \cdot B$ und $U_{ind} \propto A_B \cdot \dot{B}$ in eine Gleichung zusammenfassen und Φ mit Hilfe der Produktregel als Stammfunktion einführen. Der noch unbekannte Proportionalitätsfaktor kann experimentell bestimmt werden.

³ Daher kann zwei verschiedenen Punkten im Raum auch keine Potentialdifferenz zugewiesen werden, so wie das bei Feldern der Fall ist, die von elektrischen Ladungen hervorgerufen werden (die Ladungen sind Quellen oder Senken dieser elektrischen Felder). Felder, bei denen das geschlossene Wegintegral von null verschieden ist, nennt man Wirbelfelder.

⁴ Um Missverständnisse zu vermeiden, schreiben wir die Induktionsspannung hier nicht als Wegintegral eines elektrischen Feldes. Wir tun dies erst später, wenn klar ist, wie Felder vom gewählten Bezugssystem abhängen.

⁵ In der Schule wird oftmals statt der in Abb. 3 gezeigten Variante eine frei bewegliche Leiterschaukel benutzt, deren unterer Querbalken sich zwischen den Schenkeln des U-Magneten befindet (vertikale statt horizontaler Anordnung des stromführenden Kreises). Gleiches gilt für den Versuch in Abb. 2a [8].

Die Lorentzkraft wirkt auf eine Anzahl von N Leitungselektronen, die den Strom tragen und sich mit einer konstanten Driftgeschwindigkeit $\vec{v} = \vec{v}_{Drift}$ bewegen, deren Betrag hier in der Größenordnung von $|\vec{v}| = 0,05 \text{ mm/s}$ liegt.⁶ Auf den aufgelegten Querstab wirkt daher die Kraft $\vec{F}_{Leiter} = N \cdot \vec{F}_L = I \cdot \ell \cdot \vec{e}_l \times \vec{B}$, wobei \vec{e}_l der Einheitsvektor in Richtung der technischen Stromrichtung im Querstab ist und ℓ die Länge bezeichnet, auf der das Leiterstück dem Feld \vec{B} ausgesetzt ist.⁷ Bei typischen Demonstrationsexperimenten liegt $|\vec{F}_{Leiter}|$ in der Größenordnung von einigen mN.⁸ Eine Richtungsumkehr der Kraft bewirkt man, indem man die Stromrichtung oder die Richtung von \vec{B} durch Drehen des Magneten umkehrt.⁹

Der Induktionsversuch in Abb. 2a wird auch als Umkehrung des Versuchs zur Lorentzkraft bezeichnet (in der Schule: „umgekehrter Leiterschaukelversuch“). Zurückführen lässt sich das Phänomen auf die Wirkung der Lorentzkraft [18], was bereits bei der qualitativen Behandlung des Phänomens in der Mittelstufe erklärt wird [1-6]. Während bei dem Versuch in Abb. 3 die Stromrichtung die Bewegungsrichtung der Elektronen bestimmt und die Lorentzkraft eine Verschiebung des Leiterstücks bewirkt, entspricht im Induktionsversuch 2a die Geschwindigkeit der Leitungselektronen der Geschwindigkeit, mit der das Leiterstück bewegt wird ($\vec{v} = \vec{v}_{Leiter}$, siehe Abb. 4):

Die Lorentzkraft bewirkt eine Ladungsverschiebung längs des Leiters: Der hintere Bereich wird negativ geladen, der vordere positiv, bis Kräftegleichgewicht herrscht, d. h. die Coulombkraft die Lorentzkraft kompensiert ($\vec{F}_C = -\vec{F}_L$) (siehe die Oberstufenbücher [7-12]). Daher hat die Messspannung einen konstanten Wert, solange sich die Geschwindigkeit nicht ändert. Das durch die Ladungsverschiebung im Inneren des Querstabes hervorgerufene elektrische Feld $\vec{F}_C/(-e) = \vec{F}_L/e$ ist eine Folge der Lorentzkraft, nicht seine Ursache. Die Lorentzkraft wirkt nur in dem Bereich des Querstabes, der dem Magnetfeld ausgesetzt ist (Länge ℓ). Aufgrund der negativen Ladung $q = -e$ weisen \vec{F}_L/q und das Wegelement $d\vec{s}$ des Integrationsweges im Bereich des Leiterstabes in entgegengesetzte Richtungen (siehe Abb. 4). Damit folgt aus Gl. {3} und Gl. {4}

$$U_{ind} = -\frac{F_L}{q} \cdot \ell = -v \cdot B \cdot \ell \quad , \quad \{5\}$$

wobei die Größen F_L , v und B nicht Beträge, sondern vorzeichenbehaftete Vektorkomponenten entlang der in Abb. 4 gezeichneten Achsen sind.¹⁰ Gl. {5} lässt sich betragsmäßig auch in der Oberstufe zeigen [7-12]. Allgemeiner gilt für eine beliebig geformte Leiterschleife, deren Kontur $C(t)$ sich in einem statischen Magnetfeld ändert, nach Gl. {3} und Gl. {4}:

$$U_{ind} = \oint_C \frac{\vec{F}_L}{q} d\vec{s} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s} \quad , \quad \{6\}$$

wobei \vec{v} die lokale Bewegungsgeschwindigkeit eines Leitersegments $d\vec{s}$ bezeichnet.

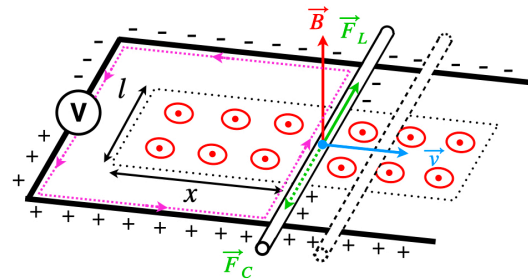


Abb. 4: Erläuterung des Versuchs 2a zur Bewegungsinduktion. Unter dem Einfluss der Lorentzkraft \vec{F}_L (Gl. {4} mit $\vec{v} = \vec{v}_{Leiter}$) verschieben sich die Leitungselektronen. Dadurch wird die hintere Kontaktschiene negativ und die vordere positiv geladen, bis die Coulombkraft \vec{F}_C die Lorentzkraft kompensiert, d. h. $\vec{F}_L + \vec{F}_C = 0$ gilt. Das Voltmeter zeigt die Spannung $U_{mess} = -U_{ind}$ an (siehe Gl. {5} und Gl. {6}). Der zugehörige Integrationsweg (siehe Gl. {3}) ist violett gestrichelt eingezeichnet.

Elektrische Kräfte auf Ladungen

Bei ruhenden Messschleifen wie in Abb. 2b und damit (im Mittel) ruhenden Leitungselektronen kann die Lorentzkraft nicht zur Erklärung der Induktionsspannung herangezogen werden. Hier wirken elektrische Kräfte, $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$, da zeitlich veränderliche magnetische Felder elektrische Wirbelfelder \vec{E} hervorrufen (siehe Abb. 5), Dies schlägt sich in der erst nach Faradays Entdeckung formulierten zweiten Maxwell-Gleichung nieder:

⁶ Aufgrund von Wechselwirkungen mit Gitterfehlstellen und Gitterschwingungen werden die stromtragenden Leitungselektronen in dem von der Spannungsquelle erzeugten elektrischen Feld nicht immer weiter beschleunigt, sie bewegen sich vielmehr mit einer konstanten mittleren Geschwindigkeit, der sogenannten Driftgeschwindigkeit (für die Abschätzung der Größenordnung siehe Fußnote 21 in Abschnitt 2.2).

⁷ Die Ladungen strömen mit der Driftgeschwindigkeit vom Betrag $|\vec{v}|$ durch das Leiterstück der Länge ℓ , wozu sie die Zeit $\Delta t = \ell/|\vec{v}|$ benötigen. In dieser Zeit fließen insgesamt N Ladungen durch den Querschnitt des Leiterstabes, so dass für die Stromstärke $I = N \cdot q/\Delta t$ gilt. Einsetzen der ersten in die zweite Gleichung ergibt $N \cdot q \cdot |\vec{v}| = I \cdot \ell$. Da $q \cdot \vec{v}$ in die technische Stromrichtung zeigt, gilt also auch $N \cdot q \cdot \vec{v} = I \cdot \ell \cdot \vec{e}_l$.

⁸ Ein handelsüblicher Hufeisenmagnet der Breite $\ell = 3 \text{ cm}$ erzeugt zwischen seinen Schenkeln eine magnetische Flussdichte $|\vec{B}| \approx 25 \text{ mT}$. Unter Vernachlässigung der Randfelder ergibt sich somit bei einem Strom von $I = 2 \text{ A}$ eine Kraft des Betrags $|\vec{F}_{Leiter}| \approx 1,5 \text{ mN}$.

⁹ In der Mittelstufe wird dies nur qualitativ behandelt: Die Kraft ist umso größer, je größer die Stromstärke I und je größer die magnetische Flussdichte B ist, und ihre Richtung wird mit der sogenannten UVW-Regel beschrieben (Ursache I , Vermittlung \vec{B} , Wirkung \vec{F}_L : Stromrichtung, Richtung des Magnetfeldes und Krafrichtung stehen senkrecht aufeinander). In der Oberstufe werden die Beträge $|\vec{F}_{Leiter}|$ bzw. $|\vec{F}_L|$ quantifiziert.

¹⁰ $\vec{v} = v \cdot \vec{e}_x$, $\vec{F}_L = F_L \cdot \vec{e}_y$ und $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \{7\}$$

Auch wenn wie in Abb. 5 gezeigt nur in einem räumlich begrenzten Bereich (hellblau eingefärbt) ein zeitlich veränderliches Feld \vec{B} in z -Richtung existiert, bildet sich überall im Raum ein elektrisches Feld $\vec{E}(\vec{r})$, wobei die in sich geschlossenen Feldlinien in der x - y -Ebene verlaufen. Jeder Raumpunkt, an dem \vec{B} variiert, ist also Quelle eines elektrischen Wirbelfeldes. Diesem sind auch die in Abb. 2b skizzierten Messschleifen ausgesetzt.¹¹

Die induzierte Spannung $U_{ind} = \oint (\vec{F}_{el}/q) d\vec{s} = \oint \vec{E} d\vec{s}$ ergibt sich aus dem Wegintegral des einwirkenden elektrischen Feldes entlang der Leiterschleife. Nach dem Stokes'schen Satz ist $\oint \vec{E} d\vec{s} = \int \nabla \times \vec{E} d\vec{A}$, wobei $d\vec{A}$ wie zuvor ein vektorielles Flächenelement der Schleife bezeichnet [23].¹² Mit Gl. {7} ergibt sich dann:

$$U_{ind} = \oint_C \frac{\vec{F}_{el}}{q} d\vec{s} = \oint_C \vec{E} d\vec{s} = - \int_A \partial \vec{B} / \partial t d\vec{A} \quad \{8\}$$

Das ist das Faraday'sche Gesetz aus Gl. {1} für den Spezialfall einer ruhenden Schleife fester Kontur.

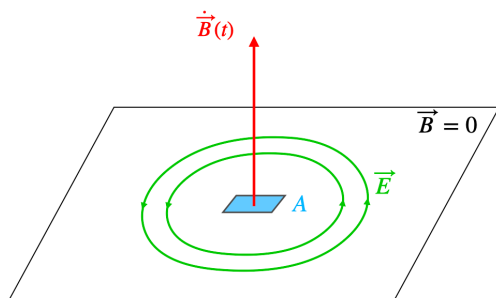


Abb. 5: Ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld ist von in sich geschlossenen elektrischen Feldlinien umgeben (siehe Gl. {5}). Dieses elektrische Wirbelfeld existiert überall im Raum, also auch dort, wo kein Magnetfeld herrscht. Sind freie Ladungen vorhanden, wirken auf sie elektrische Kräfte, d. h. die Induktion ist nicht an die Existenz einer Leiterschleife gebunden (siehe Abb. 2b). Die geschlossenen Feldlinien kann man auch experimentell sichtbar machen [7-9, 11, 34].

¹¹ Bei verzweigten Schleifenverläufen mit Widerständen, die von induzierten Strömen durchflossen werden, kann dies zu überraschenden und zunächst paradox erscheinenden Ergebnissen führen [30, 31].

¹² Wie zuvor angemerkt, bilden der Umlaufsinn des Integrationsweges und die Richtung des Flächenelementes eine Rechtsschraube [18]. Mit der Kontur C ist der Integrationsweg festgelegt und damit auch die Umrandung der Fläche A, nicht aber ihre Krümmung. Dennoch liefert das Integral in Gl. {8} eine eindeutige Induktionsspannung. Es werden auch nicht ebene Leiterschleifen korrekt erfasst. Der Einfachheit halber wählt man meistens die Minimalfläche (man stelle sich die Fläche vor, die ein Seifenblasenfilm bilden würde).

Unterschiedliche Wirkungsmechanismen, ein Gesetz: das Faraday'sche Gesetz als merkwürdiger Zufall der klassischen Physik

Aus Sicht der klassischen Physik beruhen die in Abb. 2a und 2b gezeigten Versuche also auf zwei völlig verschiedenen Induktionsmechanismen [21, 27].¹³ Zum einen ist dies die

- Wirkung der Lorentzkraft $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ auf Ladungen, die sich relativ zu einem statischen Magnetfeld bewegen (siehe Gl. {6} und Abb. 4), und zum anderen die
- Erzeugung elektrischer Wirbelfelder durch zeitlich veränderliche magnetische Felder (siehe Gl. {8} und Abb. 5), wodurch Ladungen einer elektrischen Kraft $\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}$ ausgesetzt sind.

Mit der Definition der Induktionsspannung (Gl. {3}) erhält man bei additiver Überlagerung dieser klassischen Kräfte zu $\vec{F}_{el} + \vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ zwar die Summe der beiden Integralterme in Gl. {6} und Gl. {8}, dies reicht jedoch bei weitem nicht aus, um die Tragweite des Faraday'schen Gesetzes zu erfassen. Die bisherige Unterscheidung zwischen der Bewegung in einem statischen Magnetfeld und der Einwirkung eines zeitlich veränderlichen Magnetfeldes ist nämlich nicht immer aufrechtzuerhalten:

Statt in Abb. 2b rechts den Stabmagneten zu bewegen (Induktion durch zeitliche Änderung des auf eine ruhende Schleife einwirkenden Magnetfeldes, $\partial \vec{B} / \partial t \neq \vec{0}$, d. h. $\vec{F}_{el} \neq \vec{0}$ aber $\vec{F}_L = \vec{0}$), kann man die Schleife bewegen und den Magneten in seiner Position belassen (Bewegung in einem zeitlich konstanten Feld, $\partial \vec{B} / \partial t = \vec{0}$, d. h. $\vec{F}_{el} = \vec{0}$ aber $\vec{F}_L \neq \vec{0}$). Was dem Experimentator natürlich erscheint – es kommt nur auf die Relativbewegung an – ist aus theoretischer Sicht verwunderlich: Obwohl jeweils ein anderer Wirkungsmechanismus gemäß Gl. {6} oder {8} zum Zuge kommt, tritt genau die gleiche Induktionsspannung auf [18, 21]. Das Gleiche gilt für das Experiment in Abb. 2a: Die Induktionsspannung ist unabhängig davon, ob der aufgelegte Querstab oder der Permanentmagnet bewegt wird.¹⁴ Die experimentellen Befunde weisen also darauf hin, dass es einen Zusammenhang zwischen den vermeintlich völlig unterschiedlichen Mechanismen gibt.

¹³ Aus diesem Grund wird im Lehrbuch der Theoretischen Physik [21] die Bezeichnung „Faraday'sches Gesetz“ im Rahmen der klassischen Physik nur für den durch Gl. {8} beschriebenen Anteil $U_{ind} = - \int \partial \vec{B} / \partial t d\vec{A}$ verwendet, wohingegen Gl. {1} den Namen „Allgemeine Flussregel“ trägt.

¹⁴ Ebenso lässt sich anhand der gemessenen Induktionsspannung nicht unterscheiden, ob eine räumlich feste Spule der Fläche $A_0 \cdot \vec{e}_z$ von einem rotierenden Feld $\vec{B} = B_0 \cdot \{ \cos(\omega t) \cdot \vec{e}_x - \sin(\omega t) \cdot \vec{e}_y \}$ durchsetzt wird oder sich eine Spule der Fläche $\vec{A} = A_0 \cdot \{ \sin(\omega t) \cdot \vec{e}_y + \cos(\omega t) \cdot \vec{e}_z \}$ in einem festem Feld $B_0 \cdot \vec{e}_z$ dreht (vgl. Abb. 12 in Anhang I). Fluss $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$ und Flussänderung sind in beiden Fällen gleich!

Die Zusammenfassung aller Induktionsphänomene im Faraday'schen Gesetz ist im Rahmen der klassischen Physik nicht weiter begründbar und schon gar nicht herzuleiten [15, 21]. Gl. {1} erscheint daher wie ein merkwürdiger Zufall [21] und wird im Schulbuch [9] zu Recht unter der Überschrift „Ein glücklicher mathematischer Umstand“ eingeführt. Die zugrunde liegende gemeinsame Ursache wird erst im Rahmen der speziellen Relativitätstheorie verständlich. Felder hängen vom gewählten Bezugssystem ab, so dass gar keine grundlegende Unterscheidung von elektrischen oder magnetischen Kräften möglich ist: Es gibt nur eine eindeutige elektromagnetische Kraft.

2.2 Aufhebung der Unterscheidung von magnetischen und elektrischen Kräften im Rahmen der speziellen Relativitätstheorie

Einstein wurde durch die fehlende Erklärung der oben beschriebenen Merkwürdigkeiten zur speziellen Relativitätstheorie inspiriert [15, 21]: Physikalische Gesetze gelten in allen inertialen Bezugssystemen (Relativitätsprinzip), d. h. die physikalischen Phänomene bleiben die gleichen, wenn sie von zwei sich relativ zueinander bewegenden Beobachtern gesehen werden.¹⁵ Elektrische und magnetische Felder hingegen sind keine unabhängigen physikalische Größen. Sie sind zwei vom Bezugssystem abhängende Erscheinungsformen eines einzigen, in der Umgebung elektrischer Ladungen beobachtbaren Naturphänomens, des elektromagnetischen Feldes.¹⁶ Die wirkende elektromagnetische Kraft und damit die gemessene Induktionsspannung ist aber unabhängig vom inertialen Bezugssystem.

Abhängigkeit der Felder vom Bezugssystem

Dass die wahrgenommenen Felder vom Bewegungszustand des Beobachters abhängen, lässt sich auch ohne Rückgriff auf die spezielle Relativitätstheorie bereits in der Oberstufe qualitativ veranschaulichen, beispielsweise so wie in [11] ausgeführt.¹⁷ Betrachtet man einen geladenen Kondensator, so existiert im Laborsystem ein elektrisches Feld, jedoch kein Magnetfeld ($\vec{E} \neq \vec{0}$, $\vec{B} = \vec{0}$). Aus Sicht eines Beobachters, der sich im Laborsystem mit konstanter Geschwindigkeit \vec{v} senkrecht zum elektrischen Feld bewegt (siehe Abb. 6a), ist die Situation jedoch eine andere: Die Ladungen auf den beiden Kondensatorplatten bewegen sich mit der Geschwindigkeit $-\vec{v}$ in die entgegengesetzte Richtung (siehe Abb. 6b). Da Ströme Quellen magnetischer Felder sind, existiert in diesem bewegten Bezugssystem zusätzlich zu dem elektrischen Feld auch ein magnetisches Feld ($\vec{E}' = \vec{E}$, $\vec{B}' \neq \vec{0}$).¹⁸

In relativ zueinander bewegten Bezugssystemen herrschen also unterschiedliche elektrische und magnetische Felder. Diese sind über sogenannte Feldtransformationen, die mathematisch recht komplex sind, miteinander verknüpft [15, 21, 23, 25, 26]. Aus der Mechanik sind wir es gewohnt, dass sich relativistische Effekte erst bei sehr hohen Geschwindigkeiten bemerkbar machen, nicht jedoch bei Geschwindigkeiten, die sehr klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit c sind. Bei der Bewegung von Ladungen in magnetischen Feldern hingegen tritt bereits im Fall $|\vec{v}| \ll c$ ein beobachtbarer relativistischer Effekt auf. Bei Vernachlässigung von Termen der Ordnung $(|\vec{v}|/c)^2$ lässt sich die Feldtransformation recht einfach über eine Betrachtung der wirkenden Kräfte erschließen [23]. Wir erarbeiten diesen Zusammenhang hier am konkreten Beispiel des Experiments zur Demonstration der Lorentzkraft (siehe Abb. 7).

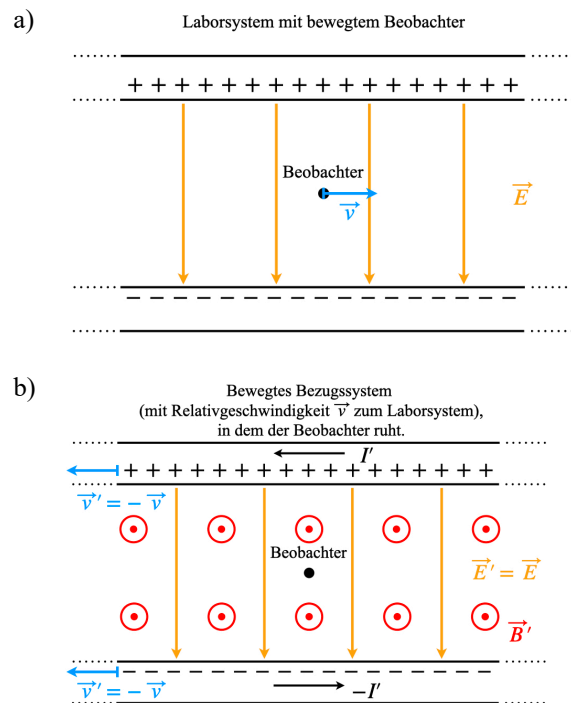


Abb. 6: a) Elektrisches Feld eines geladenen Kondensators aus der Sicht eines dazu ruhenden Beobachters (Laborsystem, $\vec{v} = \vec{0}$). B) Für einen Beobachter, der sich mit konstanter Geschwindigkeit \vec{v} wie in a) gezeigt von links nach rechts zwischen den Platten bewegt, bewegen sich die Ladungen der beiden Platten mit der Geschwindigkeit $\vec{v}' = -\vec{v}$ in die entgegengesetzte Richtung. Da für ihn die Ströme I' bzw. $-I'$ fließen, nimmt er in seinem Inertialsystem zusätzlich zu dem elektrischen Feld auch ein magnetisches Feld wahr, das hier aus der Bildebene herausragt.

¹⁵ Beispielsweise gelten in der Elektrodynamik die Maxwell-Gleichungen in allen Inertialsystemen. Sie sind kovariant, d. h. sie ändern bei einer Lorentz-Transformation ihre Form nicht (siehe Kapitel 18 in [23]).

¹⁶ Mathematisch wird dies durch einen Feldtensor beschrieben, einen antisymmetrischen Tensor 2. Stufe, der die Komponenten von E und B enthält. Diese werden bei einem Wechsel in ein anderes Inertialsystem miteinander vermischt (siehe Kap. 12.3 in [21]).

¹⁷ Man kann auch einen stromdurchflossenen Draht und eine relativ zu diesem bewegte Probeladung betrachten [14, 21, 28].

¹⁸ Die magnetische Flussdichte im bewegten Bezugssystem ist hier $\vec{B}' = -\vec{v} \times \vec{E}/c^2$ für $|\vec{v}| \ll c$, also recht klein [15, 21, 23, 25, 26].

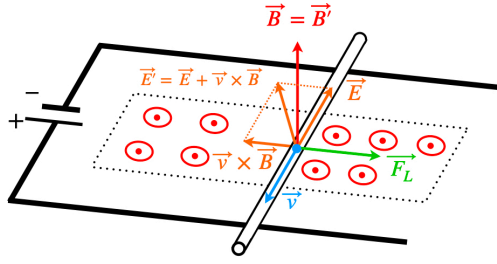


Abb. 7: Beim Versuch zur Demonstration der Lorentzkraft (vgl. Abb. 3) erzeugt die Spannungsquelle im Laborsystem ein elektrisches Feld \vec{E} , wodurch ein Strom fließt, d. h. sich Leitungselektronen mit einer Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{v}_{\text{Drift}}$ durch den Querstab bewegen. In dem sich mit den Ladungen bewegendem Bezugssystem (dem Ruhesystem der Leitungselektronen, in dem $\vec{v}' = \vec{0}$ gilt), herrscht dann das Feld $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$. Auf die Ladungen wirkt ein zusätzlicher Feldanteil $\vec{v} \times \vec{B}$ bzw. eine zusätzliche Kraft $\vec{F}_L = -e(\vec{v} \times \vec{B})$. Es gilt $|\vec{v} \times \vec{B}| \ll |\vec{E}|$, der Vektorpfeil der elektrischen Feldkomponente $\vec{v} \times \vec{B}$ ist zur besseren Sichtbarkeit jedoch überproportional lang dargestellt.

Im Laborsystem wirken die Felder \vec{E} und \vec{B} auf die Leitungselektronen des aufgelegten Querstabes. Das elektrische Feld \vec{E} wird von der Spannungsquelle erzeugt und ist parallel zur Stabachse orientiert. Aufgrund der elektrischen Kraft $q\vec{E}$ bewegen sich die Elektronen mit der konstanten¹⁹ Driftgeschwindigkeit $\vec{v} = \vec{v}_{\text{Drift}}$ senkrecht zur magnetischen Flussdichte \vec{B} . Damit sind sie zusätzlich der Lorentzkraft aus Gl. {4} ausgesetzt, insgesamt also der Kraft

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \{9\}$$

Im Ruhesystem der Ladungen, d. h. in einem sich mit ihnen bewegendem Bezugssystem, herrscht die gleiche²⁰ magnetische Flussdichte $\vec{B}'(\vec{r}) = \vec{B}(\vec{r})$ und es gibt auch ein elektrisches Feld \vec{E}' . Jedoch verschwindet die Geschwindigkeit der Ladungen ($\vec{v}' = \vec{0}$ und somit $q\vec{v}' \times \vec{B}' = \vec{0}$), so dass

$$\vec{F}' = q\vec{E}' \quad \{10\}$$

gilt. Aus klassischer Sicht wirkt in diesem System also nur eine elektrische, aber keine magnetische Kraft. Das Einstein'sche Relativitätsprinzip besagt

nun, dass in beiden Bezugssystemen die gleiche elektromagnetische Kraft

$$\vec{F}' = q\vec{E}' = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = \vec{F} \quad \{11\}$$

herrschen muss, man also gar nicht zwischen elektrischen oder magnetischen Kräften unterscheiden kann. Verallgemeinert wird diese elektromagnetische Kraft auch als Lorentzkraft bezeichnet [23]. Um Verwirrung zu vermeiden, verwenden wir diesen Begriff hier jedoch nur für den durch Gl. {4} beschriebenen und aus der klassischen Physik bekannten Anteil $q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. Die Lorentzkraft ist in Einsteins Deutung also ein relativistischer Effekt [15, 28, 29].

Aus Gl. {11} folgt für den Zusammenhang zwischen den elektrischen Feldern in den Bezugssystemen

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \quad \{12\}$$

Bezogen auf Abb. 7 bedeutet dies, dass im Bezugssystem der bewegten Elektronen zwei elektrische Feldanteile für die Kraftwirkung $q \cdot \vec{E}' = -e \cdot \vec{E}'$ verantwortlich sind: Der Feldanteil \vec{E} treibt den Stromfluss, der dazu orthogonale Anteil $\vec{v} \times \vec{B}$ bewirkt das Rollen des Querstabes. Obwohl der relativistische Effekt sehr klein ist, d. h. $|\vec{v} \times \vec{B}| \ll |\vec{E}|$ gilt,²¹ ist die Kraftwirkung nicht zu übersehen.

Um zu verdeutlichen, dass allein die Relativgeschwindigkeit zwischen den Bezugssystemen von Bedeutung ist, betrachten wir wie in Abb. 8a skizziert ein freies Elektron, das sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} im Feld eines ruhenden Magneten bewegt. Im Laborsystem existiert also nur ein magnetisches, aber kein elektrisches Feld ($\vec{E} = \vec{0}$, $\vec{B} \neq \vec{0}$). In einem sich mit dem Elektron bewegendem Koordinatensystem ist $\vec{v}' = \vec{0}$, so dass auf das Elektron gemäß Gl. {11} und Gl. {12} die mit dem elektrischen Feld $\vec{E}' = \vec{v} \times \vec{B}$ verknüpfte Kraft $q\vec{E}' = -e \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{F}_L$ wirkt. Da aus der Sicht des bewegten Bezugssystems das Elektron ruht und der Magnet sich nach links bewegt, kann man äquivalent dazu auch ein im Laborsystem ruhendes Elektron und einen sich dort mit $-\vec{v}$ bewegendem Magneten betrachten. Auf das Elektron wirkt dann immer noch die gleiche Kraft, die nun mit dem elektrischen Feld im Laborsystem $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ verknüpft ist, da Laborsystem und bewegtes System die Rollen tauschen.²² Für die Kraftwirkung ist also allein

¹⁹ Siehe Fußnote 7.

²⁰ Dies gilt nur im Grenzfall $|\vec{v}| \ll c$.

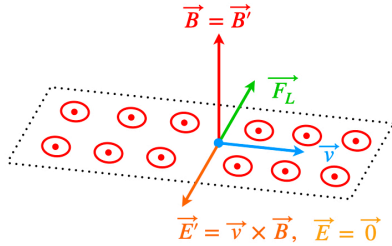
²¹ Zur Abschätzung der Größen betrachten wir das elektrische Feld in einem metallischen Leiter der Länge d , durch den ein Strom der Stärke I fließt. Dies ist durch $|\vec{E}| = U/d = I \cdot \rho/A$ gegeben, wobei U den Spannungsabfall, ρ den spezifischen Widerstand und A die Querschnittsfläche des Leiters bezeichnen. Für einen Kupferdraht ($\rho_{\text{Cu}} \approx 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$, siehe Kap. 3.2.2 in [18]) mit einem Durchmesser von 2 mm und einen hohen Kurzschlussstrom von $I = 2 \text{ A}$, ist dann $|\vec{E}| \approx 0,01 \text{ V/m}$. Aufgrund von Wechselwirkungen mit Gitterfehlstellen und Gitterschwingungen bewegen sich die stromtragenden Leitungselektronen im Mittel mit der konstanten Driftgeschwindigkeit $\vec{v} = \mu \cdot \vec{E}$. Mit einer typischen Beweglichkeit in der Größenordnung von $\mu = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{Vs}$ (siehe Kap. 8.1.1 in

[18]) ergibt sich ein Betrag von $|\vec{v}| \approx 0,05 \text{ mm/s}$. Mit $|\vec{v} \times \vec{B}| = |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| = \mu \cdot |\vec{E}| \cdot |\vec{B}|$ gilt für das Verhältnis der in Gl. {12} auftretenden elektrischen Feldanteile $|\vec{v} \times \vec{B}|/|\vec{E}| = \mu \cdot |\vec{B}|$. Bei handelsüblichen U-Magneten liegt die magnetische Flussdichte in der Größenordnung von $|\vec{B}| = 25 \text{ mT}$, so dass sich $|\vec{v} \times \vec{B}|/|\vec{E}| = 1,25 \cdot 10^{-4} \ll 1$ ergibt. Der Wert von $|\vec{v} \times \vec{B}|$ liegt in der Größenordnung von nur 10^{-6} V/m . Bei sehr starken Magneten mit $|\vec{B}| = 1 \text{ T}$ sind letztere Werte um einen Faktor 40 höher, aber immer noch sehr klein.

²² Gl. {12} wird dann zu $\vec{E} = \vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}$ mit $\vec{v}' = \vec{v}$, wobei im Bezugssystem des bewegten Magneten kein elektrisches Feld existiert, d. h. $\vec{E}' = \vec{0}$ gilt. Die bei Bewegung des Magneten im Laborsystem wahrgenommene zeitliche Änderung der magnetischen

die Relativbewegung von Bedeutung, nicht aber die Zuordnung von Ladung bzw. Magnet in ein bestimmtes Bezugssystem. Dass dabei unterschiedliche Felder auftreten, bedeutet im Gegensatz zur klassischen Physik nicht, dass ein anderer Wirkmechanismus vorliegt (vgl. die Argumentation am Ende von Abschnitt 2.1).

a)



b)

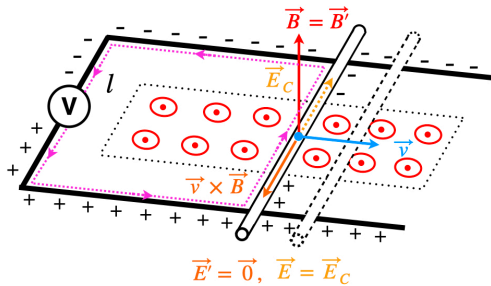


Abb. 8: a) Ein Elektron bewegt sich senkrecht zu einem Magnetfeld. Im Laborsystem herrscht kein elektrisches Feld ($\vec{E} = \vec{0}$) und es wirkt die Lorentzkraft, $\vec{F}_L = (-e) \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. In einem mit dem Elektron bewegten System ruht dieses, so dass aus klassischer Sicht keine Lorentzkraft auftreten sollte. Dort ist das Elektron aber einem elektrischen Feld $\vec{E}' = \vec{v} \times \vec{B}$ ausgesetzt (siehe Gl. {12}), so dass die gleiche Kraft $\vec{F}' = -e\vec{E}' = \vec{F}_L$ wirkt. Im Gegensatz zur elektromagnetischen Kraft hängen die Felder von der Wahl des Bezugssystems ab.

b) Erläuterung des Versuches zur Bewegungsinduktion aus Abb. 4: Die Lorentzkraft (Gl. {4}) mit $\vec{v} = \vec{v}_{\text{Leiter}}$ bewirkt eine Ladungsverschiebung, so dass gegenüber der Situation in a) im Laborsystem ein elektrisches Coulombfeld $\vec{E}_C = -\vec{v} \times \vec{B}$ auftritt (Coulombkraft $-e\vec{E}_C$ und Lorentzkraft kompensieren sich, vgl. Abb. 4). Die Leitungselektronen sind auch im Bezugssystem des bewegten Querstabs kräftefrei, d. h. dort verschwindet das elektrische Feld, da sich beide Anteile kompensieren: $\vec{0} = \vec{E}' = \vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}_C$ (siehe Gl. {12}). Der Integrationsweg zur Berechnung der induzierten Spannung, hier $U_{\text{ind}} = \oint (\vec{F}_L / (-e)) d\vec{s} = \oint \vec{E}' d\vec{s} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s}$, ist violett gestrichelt eingezeichnet. Verglichen mit dem Versuch in Abb. 7 ist der Betrag des elektrischen Feldanteils $\vec{v} \times \vec{B}$ um etwa drei Größenordnungen größer: Die Bewegungsgeschwindigkeit des Stabes liegt typischerweise in der Größenordnung von 5 cm/s, die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in Abb. 7 hingegen in der Größenordnung von nur 0,05 mm/s.

Flussdichte $\partial \vec{B} / \partial t$ ist weiterhin über die Maxwell-Gleichung (Gl. {7}) mit der elektrischen Feldstärke \vec{E} verknüpft – schließlich ist das Feld realer Permanentmagnete i. A. inhomogen (selbst das Feld zwischen den Schenkeln eines U-Magneten ist inhomogen).

²³ Auf die im Laborsystem ruhenden Leitungselektronen wirkt keine Kraft und somit auch kein elektrisches Feld, so dass $\vec{0} = \vec{E} =$

In Abb. 8b erweitern wir die obige Betrachtung auf das Experiment zur Bewegungsinduktion (vgl. Abb. 4). Da die Messschleife zur Aufnahme eines hochohmigen Spannungsmessgerätes aufgetrennt ist, kommt es wie skizziert zu einem positiven bzw. negativen Ladungsüberschuss in den feldfreien Randbereichen und Zuleitungen. Im Laborsystem existiert daher ein elektrisches Coulombfeld \vec{E}_C . Coulombkraft und Lorentzkraft kompensieren sich, so dass die mit dem Querstab verschobenen Leitungselektronen kräftefrei sind (vgl. Abb. 4). Dieses Kräftegleichgewicht muss auch im Bezugssystem des bewegten Querstabs herrschen, in dem die Kräfte aber allein auf elektrische Felder zurückzuführen sind. Nach Gl. {12} gilt also $\vec{0} = \vec{E}' = \vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}_C$. Auch hier ändert sich physikalisch nichts, wenn der Querstab ruht und der Magnet mit der Geschwindigkeit $-\vec{v}$ bewegt wird.²³ So wie die elektromagnetische Kraft hängt daher auch die induzierte Spannung nur von der Relativgeschwindigkeit ab.

Die Trennung zwischen elektrischer und magnetischer Kraft und damit die Inkonsistenz der klassischen Beschreibung wird im Rahmen der relativistischen Betrachtung aufgehoben: Die einwirkenden Felder hängen vom Bewegungszustand des jeweiligen Inertialsystems ab, aber es gibt nur eine vom Bewegungszustand unabhängige elektromagnetische Kraft (siehe Gl. {11}).

Relativistische Formulierung des Induktionsgesetzes im klassischen Grenzfall ($|\vec{v}| \ll c$)

Bei der Berechnung der in Gl. {3} definierten Induktionsspannung gehen nur die einwirkenden Kräfte ein, denen auch freie Ladungen im Raum ausgesetzt wären (siehe z. B. Abb. 5 und Abb. 8a).²⁴ Nach Gl. {3} und Gl. {11} gilt

$$U_{\text{ind}} = \oint_C (\vec{F}'/q) d\vec{s} = \oint_C (\vec{F}/q) d\vec{s}, \quad \{13\},$$

was sich so auch als

$$U_{\text{ind}} = \oint_C \vec{E}' d\vec{s} = \oint_C (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s} \quad \{14\}$$

schreiben lässt. Die Induktionsspannung ergibt sich also aus dem Wegintegral im Laborsystem über die im Ruhesystem der Ladungsträger wirkende Feldstärke \vec{E}' ! Der erste Term auf der rechten Seite lässt sich wie zuvor umformen (siehe den Text zwischen Gl. {7} und Gl. {8}). Für den hier betrachteten Grenzfall $|\vec{v}| \ll c$ ergibt sich damit das allgemeine

$\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}_C'$ mit $\vec{v}' = \vec{v}$ gilt. Im Bezugssystem des bewegten Magneten existiert daher das Coulombfeld $\vec{E}_C' = -\vec{v} \times \vec{B}$.

²⁴ Die als Folge der Ladungsverschiebung in der Messschleife hervorgerufene Coulombkraft zählt beispielsweise nicht dazu (siehe Abb. 4 bzw. 8b).

Induktionsgesetz für ruhende wie bewegte Leiterschleifen mit fester oder veränderlicher Kontur:

$$U_{ind} = \oint_C \vec{E}' d\vec{s} \\ = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A} + \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s}. \quad \{15\}$$

in integraler Form²⁵ (siehe auch [15, 22, 23, 25, 26, 29]). Formal-mathematisch ist das Ergebnis wenig überraschend, da Gl. {15} nur aus der Summe der bereits aus der klassischen Physik bekannten Terme besteht (vgl. Gl. {6} und Gl. {8}). Aus dem Relativitätsprinzip folgt aber, dass wir gar nicht zwischen elektrischen und magnetischen Kräften unterscheiden können. Die relativistische Betrachtung liefert somit vor allem den Erkenntnisgewinn, dass alle Induktionsphänomene auf eine gemeinsame Ursache zurückzuführen sind. Es ist somit doch kein Zufall, dass man diese in einem einzigen Gesetz zusammenfassen kann. Gl. {15} ist dessen umfassende, mathematisch präzise und eindeutige theoretische Formulierung im Grenzfall $|\vec{v}| \ll c$.

Die entscheidenden Terme $\partial \vec{B} / \partial t$ und $\vec{v} \times \vec{B}$ tauchen hier explizit auf, so dass unmittelbar sichtbar wird, wodurch induzierte Spannungen hervorgerufen werden: durch zeitlich veränderliche Magnetfelder im Schleifeninneren (1. Summand) oder dadurch, dass zumindest Teile der Leiterschleife relativ zu einem Magnetfeld bewegt werden (2. Summand), vorausgesetzt es gibt eine Bewegungskomponente transversal zum B -Feld ($\vec{v} \times \vec{B} \neq 0$) und die Teilbeiträge entlang der Schleife heben sich nicht auf (siehe Abb. 10). Natürlich ist auch eine Überlagerung beider Ursachen möglich, d. h. eine transversale Bewegung relativ zu einem zeitlich veränderlichen Magnetfeld.

Nun können wir darauf eingehen, weshalb bei dem in der Einleitung besprochenen Experiment keine Induktionsspannung messbar ist (siehe Abb. 1). Weder gibt es ein zeitlich veränderliches magnetisches Feld noch bewegt sich ein Leiterstück quer zu einem Magnetfeld. Bereits Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe hätten dies im Prinzip begründen können: Ohne Lorentzkraft keine Bewegungsinduktion. Ins Grübeln kann nur kommen, wer das Faraday'sche Gesetz (Gl. {1}) als empirischen Befund kennt, ohne den theoretischen Hintergrund zu überblicken.²⁶ Die in Abb. 1 skizzierte Situation führt daher unweigerlich zu einem kognitiven Konflikt: Wie kann es sein, dass keine Induktionsspannung auftritt, obwohl sich der

magnetische Fluss des Eingangszustandes von dem des Ausgangszustandes unterscheidet? Um dies zu beantworten, müssen wir im Folgenden anhand von Gl. {15} klären, was eigentlich unter einer Flussänderung genau zu verstehen ist und inwieweit sich diese physikalisch von der gewohnten vereinfachten bzw. intuitiven Interpretation der Gl. {1} unterscheidet.

3. Was ist eine Flussänderung? Allgemeingültige oder vereinfachte Interpretation des Faraday'schen Gesetzes

In den Lehrbüchern der Theoretischen Physik [23, 24, 26] wird Gl. {15} als Faraday'sches Gesetz bezeichnet, so dass wir diese Gleichung im Folgenden als Referenz zur allgemeingültigen Interpretation der Flussänderung $d\Phi/dt$ in Gl. {1} heranziehen können. Andere Lehrbücher hingegen verstehen unter dem Faraday'schen Gesetz eine vereinfachte Flussregel, die im Gegensatz zu Gl. {15} in bestimmten Fällen versagt [18, 22, 27].

Um den Unterschied herauszuarbeiten, formen wir zunächst den 2. Summanden in Gl. {15} zu $\oint (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s} = - \oint \vec{B} (\vec{v} \times d\vec{s})$ um.²⁷ Dieser Ausdruck lässt sich nun mit dem infinitesimalen Flächenelement [21, 22, 23, 29]

$$d\vec{A}_{\vec{u}} = (\vec{v} dt) \times d\vec{s} \quad \{16\}$$

in Verbindung bringen: Ein Leitersegment²⁸ $d\vec{s}$, das Teil des Integrationsweges C ist und sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, überstreicht die Fläche $d\vec{A}_{\vec{u}}$ (wir heben dies hier bewusst durch den Index \vec{u} hervor). In Abb. 9 haben wir dies für die bereits mehrfach angeführte ebene Leiterschleife skizziert (vgl. Abb. 2a, 4 und 8). Die sogenannte Bewegungsinduktion wird von der zeitlichen Änderung der von einem Leitersegment überstrichenen Fläche

$$\frac{d\vec{A}_{\vec{u}}}{dt} = \vec{v} \times d\vec{s} \quad \{17\}$$

bestimmt: Es gilt $\vec{B} \cdot d\vec{A}_{\vec{u}}/dt \neq 0$. Erfolgt also die Flächenänderung mit einer Bewegungskomponente quer zum Magnetfeld, so werden Ladungsträger aufgrund der wirkenden elektromagnetischen Kraft verschoben (bzw. klassisch formuliert aufgrund der Lorentzkraft). Mit Gl. {17} ist Gl. {15} äquivalent zu [23]:²⁹

²⁵ Die differenzielle Form ist die zweite Maxwellgleichung, die wir in Gl. {7} für einen im Laborsystem ruhenden Beobachter notiert haben. Sie behält ihre Form in allen Inertialsystemen, d. h. wir können sie auch für die Felder im Ruhesystem der Ladungsträger als $\nabla \times \vec{E}' = -\partial \vec{B} / \partial t$ schreiben. Einsetzen von \vec{E}' aus Gl. {12} und Integration liefert in der Tat wieder Gl. {15}.

²⁶ Typischerweise ist dies in der Oberstufe der Fall bzw. in der Zweitsemestervorlesung zur Elektrodynamik.

²⁷ Nach den Regeln der Vektorrechnung gilt $(\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s} = -(\vec{B} \times \vec{v}) d\vec{s} = -\vec{B} (\vec{v} \times d\vec{s})$.

²⁸ Das Leitersegment $d\vec{s}$ ist Teil des Integrationsweges C und damit mathematisch ein Linienelement. Physikalisch ist es Teil der betrachteten Leiterschleife und kann auf vielfältige Weise realisiert werden, sei es als bewegter Metalldraht oder wie im Anhang II ausgeführt auch als ein Segment eines rotierenden massiven Körpers (siehe Abb. 15).

²⁹ Das Lehrbuch [23] verzichtet darauf, die überstrichenen Flächen mit einem Index zu versehen. Wir unterscheiden hier bewusst zwischen $d\vec{A}_{\vec{u}}$ und $d\vec{A}$.

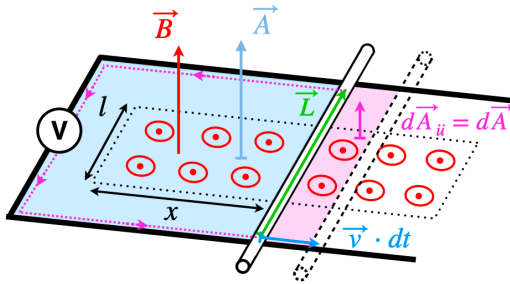


Abb. 9: Eine Schleife mit zeitlich veränderlicher Kontur in einem statischen Feld \vec{B} [vgl. Abb. 4 und 8b)]. Die Schleifenfläche \vec{A} (blau eingefärbt) ändert sich um die vom Querstab mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{v}_{Leiter}$ überstrichene Fläche $d\vec{A}_{\ddot{u}}$ (rosa eingefärbt). Es gilt also $d\vec{A} = d\vec{A}_{\ddot{u}} = (\vec{v}dt) \times \vec{L}$. Für die Flussänderung ist nur die Flächenänderung im Feld entscheidend: Die Induktionsspannung ergibt sich zu $U_{ind} = -\int \vec{B} \cdot d\vec{A}_{\ddot{u}}/dt = -B \cdot \ell \cdot v$. Zusätzlich ist der Integrationsweg violett gestrichelt eingezeichnet; sein Umlaufsinn legt sowohl die Richtung von \vec{A} fest (siehe den Text unter Gl. {3}) als auch diejenige des Wegelements \vec{L} .

$$U_{ind} = - \left(\underbrace{\int_{\text{Schleifenfläche}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}}_{\frac{d\Phi}{dt}} + \underbrace{\int_{\text{überstrichene Fläche pro Zeit}} \vec{B} \cdot \frac{d\vec{A}_{\ddot{u}}}{dt}} \right) \quad \{18\}$$

Für die Lehrbücher der theoretischen Physik [23, 24, 26], die Gl. {15} als Faraday'sches Gesetz bezeichnen, entsprechen die eingeklammerten Terme in Gl. {18} der Flussänderung (vgl. mit Gl. {1}). In dieser Form ist das Gesetz für nichtrelativistische Geschwindigkeiten also allgemeingültig.

In den meisten Lehrbüchern wie z. B. [18, 22, 27] sowie in experimentellen Anfängervorlesungen und im Oberstufenunterricht wird hingegen bei der Formulierung des Faraday'schen Gesetzes der Begriff der Flussänderung enger gefasst: Die Bewegungsinduktion wird vereinfachend mit der zeitlichen Änderung der Schleifenfläche $d\vec{A}/dt$ verknüpft. Bei den meisten Praxisbeispielen fällt das gar nicht weiter auf, da die Betrachtung der zeitlichen Änderung der von Leitersegmenten überstrichenen Flächenelemente $d\vec{A}_{\ddot{u}}/dt$ und der Änderung der Leiterschleifenfläche $d\vec{A}/dt$ rechnerisch zum gleichen Ergebnis führt. Der konzeptionelle Unterschied geht dabei allerdings verloren, was dazu führt, dass manche Experimente als paradox empfunden werden und Ausnahmen von der „vereinfachten Flussregel“ gemacht werden müssen.

Um das Gesagte zu verdeutlichen, betrachten wir zunächst einige schulrelevante Beispiele, bei denen man in der Tat $d\vec{A}_{\ddot{u}}/dt$ und $d\vec{A}/dt$ gleichsetzen kann, bevor wir auf das Eingangsbeispiel aus Abb. 1 zurückkommen, bei dem dies nicht mehr funktioniert.

Für den in Abb. 9 skizzierten Fall, bei der die Orientierung der Leiterschleife gleichbleibt und sich nur ihr Flächenbetrag ändert, ist die Gleichheit $d\vec{A}_{\ddot{u}} = d\vec{A}$ sofort erkennbar, so dass $U_{ind} = -d\Phi/dt = -\int \vec{B} \cdot d\vec{A}_{\ddot{u}}/dt = -\int \vec{B} \cdot d\vec{A}/dt = -B \cdot \ell \cdot v$ gilt.

Zum Verständnis des nächsten Experimentes in Abb. 10 benötigt man bereits den Vektorcharakter der überstrichenen Flächen. Eine Leiterschleife konstanter Fläche und Orientierung ($d\vec{A}/dt = \vec{0}$) wird mit einer Geschwindigkeit \vec{v} quer zu einem homogenen statischen \vec{B} -Feld bewegt. Die Leitersegmente, die parallel zu \vec{v} verschoben werden, liefern keinen Beitrag zur überstrichenen Fläche (siehe Gl. {16} und Gl. {17}), wohingegen die Segmente \vec{l}_1 und \vec{l}_2 entgegengesetzt orientiert sind, so dass sich die Beiträge zu $d\vec{A}_{\ddot{u}}/dt$ insgesamt aufheben und $d\vec{A}_{\ddot{u}}/dt = d\vec{A}/dt = \vec{0}$ gilt. Es gibt also keine Flussänderung und es wird auch keine Spannung induziert.

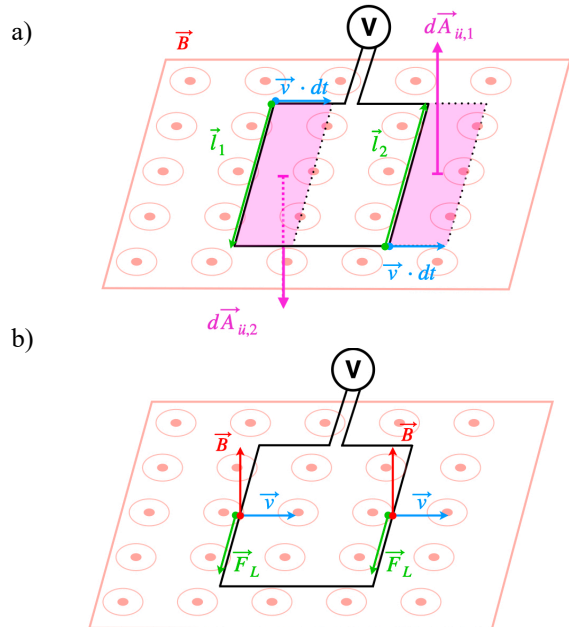


Abb. 10: Eine Leiterschleife fester Kontur bewegt sich mit einer Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{v}_{Leiter}$ quer zu einem statischen Magnetfeld, wobei Orientierung und Betrag ihrer Fläche \vec{A} gleich bleiben ($d\vec{A}/dt = \vec{0}$). a) Die von den beiden seitlichen Leitersegmenten überstrichene Fläche verschwindet aufgrund der entgegengesetzten Orientierung der Segmente bzw. Teilflächen [$\vec{l}_2 = -\vec{l}_1$ und somit $d\vec{A}_{\ddot{u}} = d\vec{A}_{\ddot{u},1} + d\vec{A}_{\ddot{u},2} = (\vec{v}dt) \times \vec{l}_1 + (\vec{v}dt) \times (-\vec{l}_1) = \vec{0}$]. Also gilt $d\vec{A}/dt = d\vec{A}_{\ddot{u}}/dt = \vec{0}$ und es wird keine Spannung induziert. Das Wegintegral, aus dem sich die induzierte Spannung ergibt (siehe Gl. {3} und Gl. {15}), verläuft gegen den Uhrzeigersinn entlang der Leiterschleife, wodurch die Richtungen der Vektoren \vec{l}_i und $d\vec{A}_{\ddot{u},i}$ festgelegt werden. b) Äquivalent dazu ist die Betrachtung der Lorentzkraft. Diese verschiebt zwar in beiden Segmenten Ladungen, jedoch in die gleiche Richtung, so dass für einen gesamten Umlauf $U_{ind} = \oint (\vec{F}_L/q) d\vec{s} = 0$ gilt.

Bei einer im konstanten und homogenen Magnetfeld rotierenden Rechteckschleife überstreichen die Leitersegmente eine Zylinderfläche, was die Betrachtung wie in Anhang I (Abb. 12) dargestellt geometrisch komplexer und aufwändiger macht. Dennoch lässt sich auch hier die Gleichheit $d\vec{A}_{\text{ü}}/dt = d\vec{A}/dt$ zeigen. Bei den genannten drei Beispielen führt also bereits das vereinfachte Konzept der Flussänderung zum korrekten Ergebnis, so dass der konzeptionelle Unterschied in Schule und Anfängervorlesungen gar nicht erst zutage tritt.

Beim Experiment aus Abb.1 ist der Unterschied zwischen $d\vec{A}_{\text{ü}}$ und $d\vec{A}$ aber entscheidend. Wie in Abb. 11a gezeigt, überstreichen die bewegten Leitersegmente zwar eine Fläche $d\vec{A}_{\text{ü}}$ (rosa eingefärbt), allerdings im feldfreien Raum. Es gilt daher $\vec{B} \cdot d\vec{A}_{\text{ü}}/dt = \vec{B} \cdot (\vec{v} \times d\vec{s}) = 0$ (siehe Gl. {17}). Gemäß Gl. {18} wird somit auch keine Spannung induziert. Dies folgt auch schon direkt aus Gl. {6} oder Gl. {15}, da keine Lorentzkraft wirkt und bei zeitlich unveränderlichem Magnetfeld $U_{\text{ind}} = \oint (\vec{F}_L/q) d\vec{s} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s} = 0$ gilt: Entlang der bewegten Messkabel ist $\vec{v} \neq \vec{0}$ aber $\vec{B} = \vec{0}$, im Inneren des ruhenden magnetisierten Kerns ist es hingegen umgekehrt, und zwar für jeden beliebigen Integrationsweg zwischen den mit a bzw. b markierten Punkten. Dort ist $\vec{B} \neq \vec{0}$ aber $\vec{v} = \vec{0}$, da die Leitungselektronen nicht bewegt werden (das angeschlossene Voltmeter ruft auch keinen Stromfluss hervor). Abb. 11b illustriert, weshalb das vereinfachte Konzept der Flussänderung versagt. In der Abbildung sind zwei mögliche Wege skizziert, die unterschiedliche (grün markierte) Flächen umschließen. Somit ist die Änderungsrate der Schleifenfläche $d\vec{A}/dt$ nicht eindeutig definiert bzw. hat gar keine physikalische Bedeutung: Nicht die „gedachte“ Bewegung eines frei wählbaren Integrationsweges, sondern die Bewegung von Ladungen im Magnetfeld ist entscheidend für eine Kraftwirkung! Die Größe $d\vec{A}/dt$ kann hier also nicht zur Berechnung einer Flussänderung bzw. Induktionsspannung herangezogen werden. Für das Erzeugen einer Induktionsspannung ist es keineswegs ausreichend, dass sich der Fluss des Endzustandes von dem des Ausgangszustandes unterscheidet (vgl. Abb. 1b links und rechts). Der Begriff der Flussänderung im Sinne von Gl. {18} ist also komplexer und weit weniger intuitiv als der, der üblicherweise im Anfangsunterricht gebraucht wird.

Die Flussänderung im üblichen vereinfachten Sinn ist ein in vielen einfachen Situationen nützlicher Hilfsbegriff, der es aber nicht erlaubt, auch komplexere experimentelle Aufbauten zu erfassen. Versteht man also unter dem Faraday'schen Gesetz die oben beschriebene vereinfachte Flussregel, so ist es nicht allgemeingültig [15, 18, 22, 27], so dass man in komplexeren Situationen auf Gl. {15} verweisen muss. Ein hilfreiches Indiz für den eingeschränkten Gültigkeitsbereich findet sich in [18]. Dort wird darauf hingewiesen, dass das Faraday'sche Gesetz nur dann das richtige Ergebnis für die Induktionsspannung liefert,

„wenn der zeitabhängige Integrationsweg so eindeutig (mathematisch: einfach zusammenhängend) ist, wie z. B. ein zu einer Leiterschleife gebogener Draht“. Die vereinfachte Flussregel kann sowohl in Fällen versagen, bei denen wie in Abb. 1 bzw. 11 gezeigt keine Spannung induziert wird, als auch in Situationen, in denen dies der Fall ist. Weitere Beispiele hierfür finden sich im Anhang II.

Die Betrachtungen dieses Abschnittes lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Das Faraday'sche Gesetz ist nur dann allgemeingültig, wenn man die Flussänderung bei der sogenannten Bewegungsinduktion nicht (wie im Anfangsunterricht üblich) vereinfachend auf eine Änderung der Leiterschleifenfläche nach Betrag oder Orientierung zurückführt, sondern stattdessen die pro Zeit von Leitersegmenten überstrichenen Flächen betrachtet (siehe Gl. {17} und Gl. {18}).

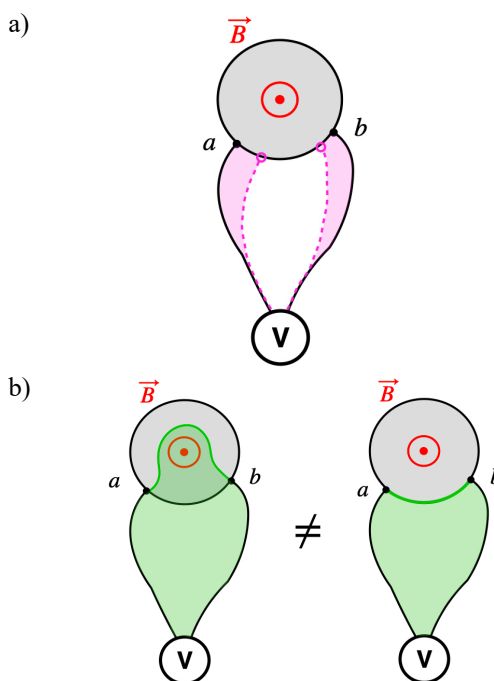


Abb. 11: Erläuterung des in Abb. 1 skizzierten Experiments. a) Die bei einer Verschiebung der Messkabel überstrichenen Flächenelemente $d\vec{A}_{\text{ü}}$ (rosa eingefärbt) sind eindeutig. Sie liegen in Raumbereichen, in denen $\vec{B} = 0$ und damit auch $\vec{B} \cdot d\vec{A}_{\text{ü}}/dt = 0$ gilt. Gl. {15} bzw. Gl. {18} liefern das richtige Ergebnis $U_{\text{ind}} = 0$, da keine Lorentzkraft wirkt, auch nicht im Inneren des ruhenden magnetischen Kerns – dort ist zwar $\vec{B} \neq \vec{0}$, aber es werden keine Ladungen bewegt ($\vec{v} = \vec{0}$ und $d\vec{A}_{\text{ü}} = \vec{0}$).

b) Der Integrationsweg zwischen a und b ist beliebig wählbar. Die Änderungsrate der Leiterschleifenfläche $d\vec{A}/dt$ ist nun aber nicht mehr eindeutig definiert und physikalisch bedeutungslos. Die Bewegung eines Integrationsweges ohne die Bewegung von Ladungen im Feld induziert keine Spannung!

4. Schlussfolgerungen für Schule und Hochschule

In den vorangehenden Abschnitten sollte deutlich geworden sein, dass es eines erheblichen intellektuellen und zeitlichen Aufwandes bedarf, um zur relativistischen Formulierung des Induktionsgesetzes Gl. {15} bzw. Gl. {18} zu gelangen, die auf alle experimentellen Situationen anwendbar ist, solange $|\vec{v}| \ll c$ gilt. Dies ist Studierenden in Anfängervorlesungen aber nicht zuzumuten und erst recht nicht Schülerinnen und Schülern der Oberstufe. Auch die Idee, von Anfang an auf rein empirisch experimenteller Basis die Bewegungsinduktion mit der von Leitersegmenten überstrichenen Flächen zu verknüpfen, dürfte spätestens an der mathematisch aufwendigen Beschreibung praxisrelevanter Beispiele scheitern (siehe Abb. 10 und insbesondere das Beispiel der rotierenden Schleife in Abb. 12, Anhang I).

Auf die mathematische Einfachheit und Klarheit des Faraday'schen Gesetz in der Form von Gl. {1} wird man also kaum verzichten können. Mit Gl. {1} können Schülerinnen und Schüler quantitative Voraussagen zu einer messbaren (und technisch relevanten) Größe machen bzw. eine Vielzahl physikalischer Problemstellungen erfassen. Ausnahmen wie in Abb. 1 bzw. im Anhang II sind weniger relevant für die Schulpraxis, weisen aber darauf hin, dass die unkommentierte vereinfachte Auslegung des Begriffs Flussänderung den Blick auf elementare Zusammenhänge verstellen kann, die vor seiner Einführung noch präsent waren. Nur durch Einwirkung einer Kraft können sich Ladungen verschieben, so dass Induktionsspannungen oder Induktionsströme messbar sind. Diese Erkenntnis geht verloren, wenn vom Thema Induktion in der Oberstufe lediglich das prägnante Resümee „Induktionsspannungen werden durch Flussänderungen hervorgerufen“ und Gl. {1} in Erinnerung bleiben. Verliert man den Wirkungsmechanismus aus dem Blick – also die Verbindung der integralen Größen (Fluss, Flussänderung, Spannung) mit lokalen Größen (Kraft oder Feld) – bleiben beobachtete Abhängigkeiten wie $U_{ind} \propto \dot{\Phi}$ unverständlich und die Induktion erscheint eher wie eine spukhafte Wirkung.

Die folgenden Hinweise sollen daher aufzeigen, wie man schrittweise auf das aus fachlicher Sicht Wesentliche – allen Induktionsphänomenen liegt die Wirkung einer elektromagnetischen Kraft auf Ladungen zugrunde – hinführen kann, ohne mathematisch oder begrifflich zu überfordern.³⁰

(i) Induktion in der Mittelstufe

In der Mittelstufe werden wie in Abschnitt 2.1 beschrieben bereits die ersten Grundlagen gelegt. Hier sollte bei der Erklärung der Bewegungsinduktion die Lorentzkraft im Vordergrund stehen [1-6]. Bei der

Induktion durch zeitlich veränderliche Magnetfelder kann hingegen noch nicht auf von diesen hervorgerufene elektrische Felder und Kräfte eingegangen werden. Diese Asymmetrie bei der Behandlung der Induktionsphänomene ist unseres Erachtens aber kein Grund, auf die Argumentation mit der Lorentzkraft zu verzichten. Beispielsweise könnte eine Formulierung folgender Art verwendet werden:

Induktion tritt immer dann auf, wenn

- *sich die Stärke eines Magnetfeldes ändert, das eine Leiterschleife durchsetzt bzw.*
- *ein Leiterstück senkrecht oder schräg zu einem Magnetfeld bewegt wird, so dass auf die Leitungselektronen die Lorentzkraft wirkt.*

Von einer vorgezogenen und gegebenenfalls rein sprachlichen Einführung des Faraday'schen Gesetzes raten wir ab, weil dies lediglich eine formale Zusammenfassung wäre. Solange die Ursache für die Verknüpfung der Induktionsphänomene – die Wirkung einer gemeinsamen Kraft – nicht klar wird, trägt dies nicht zu einem besseren Verständnis bei.

(ii) Einführung des Faraday'schen Gesetzes in der Oberstufe und in experimentellen Grundvorlesungen

Die mathematische und sprachliche Formulierung des Faraday'schen Gesetzes (Gl. {1}) – *eine Änderung des magnetischen Flusses $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ (bzw. in der Schule vereinfacht $\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B}$) induziert eine Spannung* – sollte immer von Erläuterungen begleitet werden, die die unmittelbaren experimentellen Befunde aufgreifen und die wirkenden Kräfte benennen. Dadurch wird nun auch die asymmetrische Argumentation der Mittelstufe überwunden.

Flussänderungen in Leiterschleifen lassen sich auf zweierlei Art erzeugen:

- a) *In einem zeitlich konstanten Magnetfeld ändert man Fläche oder Orientierung einer Leiterschleife so, dass sich dabei Leiterstücke transversal (quer) oder schräg zur Richtung der magnetischen Flussdichte \vec{B} bewegen. Dadurch wirkt auf die Leitungselektronen die Lorentzkraft $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, so dass die Ladungen verschoben werden.*
- b) *Man ändert das Magnetfeld im Schleifeninneren. Dadurch entstehen überall im Raum elektrische Felder. Auf die Leitungselektronen wirkt die elektrische Kraft $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$, so dass die Ladungen verschoben werden.*

Letzteres ist in der Oberstufe ein Vorgriff, der graphisch ähnlich wie in Abb. 5 illustriert bzw. experimentell motiviert werden kann (siehe hierzu auch [7-9, 11, 13, 34]).

³⁰ Der Vorschlag in [35], im Oberstufenunterricht von vorneherein alle Induktionsphänomene auf elektrische Wirbelfelder zurückzuführen, erscheint uns nicht ideal. Fachlich ist dies zwar möglich, da für das elektrische Feld im Ruhesystem der Elektronen, d. h. dem einer im Labor ruhenden oder bewegten Leiterschleife, gemäß Gl. {14} $U_{ind} = \oint \vec{E}' \cdot d\vec{s} \neq 0$ gilt. Allerdings wird bei dieser

Abkürzung ein wesentlicher physikalischer Erkenntnisgewinn unterschlagen. Wie kann ein elektrisches Feld existieren, wenn lediglich ein Permanentmagnet im Raum ruht, in dessen Feld man eine ungeladene Leiterschleife bewegt?

Mit den obigen Erläuterungen wird das klassische Faraday'sche Gesetz noch nicht allgemeingültig, d. h. das fachliche Niveau der Gl. {15} und Gl. {18} wird nicht erreicht. Dennoch werden mögliche Fehlinterpretationen verhindert – später auftretende Situationen wie in Abb. 1 werden erst gar nicht als Flussänderungen gedeutet. Da es nur ein Induktionsgesetz gibt, ist es gerechtfertigt, dass die Flussänderung (im einfachen engeren Sinn) als gemeinsames Erklärungskonzept erhalten bleibt, auch wenn sie wie oben gezeigt in dieser eingeschränkten Form nur ein Hilfsbegriff ist. Dies gilt aber auch für die klassische Lorentzkraft oder ganz allgemein für die Begriffe elektrische bzw. magnetische Kraft. Als Mittel der Annäherung an physikalische Größen, die sich im Folgenden als weitaus komplexer herausstellen, haben sie durchaus ihre Berechtigung. Ein Rückgriff auf physikalisch problematische Bilder wie das „Schneiden von Feldlinien durch die Messschleife“ bei der Bewegungsinduktion sollte hingegen vermieden werden, da dies wie in [18] angemerkt Feldlinien mehr Realität zubilligt als ihnen gebührt.

In einer Grundvorlesung kann man anhand von Gl. {6} in Kombination mit Abb. {4}, {9} und {10} auch qualitativ klarmachen, dass es bei der Bewegungsinduktion auf die von Leitersegmenten pro Zeit im Magnetfeld überstrichenen Flächen ankommt. Gegebenenfalls lässt sich die obige sprachliche Definition der Flussänderung in einem zweiten Schritt formal erweitern: Aus dem allgemeinen Zusammenhang zwischen lokaler Kraft und Induktionsspannung in Gl. {3}, $U_{ind} = \oint (\vec{F}/q) d\vec{s}$, ergibt sich bei Überlagerung beider klassischer Kraftanteile, $\vec{F}_{el} + \vec{F}_L$ die mathematisch vollständige Form (Gl. {18}) – zu deren physikalischem Verständnis aber über die klassische Physik hinausgehende Argumente nötig sind (siehe unten).

(iii) Hinweis auf die Unvollständigkeit der klassischen Beschreibung und kurzer Ausblick auf die spezielle Relativitätstheorie

Wenn es die Zeit erlaubt, kann und sollte man bereits in der gymnasialen Oberstufe, spätestens jedoch in der experimentellen Grundvorlesung zur Elektrodynamik darauf hinweisen, wie erstaunlich es ist, dass sich trotz unterschiedlicher einwirkender Kräfte alle Induktionsphänomene in einem Gesetz zusammenfassen lassen. Dazu kann man beispielsweise wie folgt aufzeigen, wie problematisch die bisherigen Kraftkategorien sind:

Zunächst erinnert man nochmals an vermeintlich eindeutige Situationen wie in Abb. 2a bzw. 2b links, die sich auf eine magnetische bzw. eine elektrische Kraft zurückführen lassen (Bewegung eines Leitersegments in einem Magnetfeld bzw. ruhende Schleife in einem zeitlich veränderlichen Magnetfeld). Dann demonstriert man anhand des in Abb. 2b rechts

skizzierten Handexperiments qualitativ, dass es bei der Bewegungsinduktion nur auf die Relativgeschwindigkeit zwischen Magneten und Leiterschleife ankommt, es also keinen Unterschied macht, welches Element im Laborsystem bewegt wird und welches in Ruhe ist.³¹ Obwohl bei Bewegung des Magneten eine elektrische und bei Bewegung der Schleife eine magnetische Kraft wirken sollte, ergibt sich die gleiche Induktionsspannung. Diese Merkwürdigkeit bietet nun die Möglichkeit, eine begrifflich wie historisch wichtige Weiterentwicklung der Physik plausibel zu machen.

Wie in Abschnitt 2.2 ausgeführt, kann man anhand von Abb. 6 qualitativ und ohne Formeln erläutern, dass es vom Bewegungszustand des Beobachters abhängt, welche Felder man wahrnimmt. Für das Weitere wird zumeist der Hinweis genügen müssen, dass erst Albert Einstein erkannte, dass es nur eine einzige vom Bewegungszustand unabhängige elektromagnetische Kraft gibt, die auf Ladungen wirkt. Die klassische Unterscheidung zwischen elektrischen und magnetischen Kräften wird mit der Entwicklung der Relativitätstheorie also aufgehoben. In Grundvorlesungen kann gegebenenfalls bereits im Vorgriff ein Hinweis auf die in einem Inertialsystem wirkende elektromagnetische Kraft $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ oder eine Diskussion ähnlich wie in Abschnitt 2.2 erfolgen.

5. Anhang I: Im Magnetfeld rotierende Leiterschleife – Äquivalenz von überstrichener Fläche und Änderung der Leiterschleifenfläche

Auf den ersten Blick weniger trivial als die in Abb. 9 und 10 gezeigten Situationen ist der Fall einer im konstanten und homogenen Magnetfeld rotierenden Rechteckschleife, die eine Fläche des Betrags $A_0 = 2r \cdot l$ einschließt (siehe Abb. 12a). Für die Induktion relevant sind aber die von den rotierenden Leitersegmenten überstrichenen Flächenelemente: Diese liegen auf der Oberfläche eines Zylinders. Die magnetische Flussdichte zeige in z-Richtung, $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_z$, die Flächennormale der Schleife zur Zeit $t = 0$ ebenfalls. Sie rotiere im Uhrzeigersinn um die x-Achse, so dass

$$\vec{A} = A_0 \cdot (\sin(\omega t) \cdot \vec{e}_y + \cos(\omega t) \cdot \vec{e}_z) \quad \{19\}$$

gilt. Das Wegintegral $\oint (\vec{F}/q) d\vec{s}$ werde gegen den Uhrzeigersinn entlang der Leiterschleife durchlaufen. Aus Abb. 12b wird ersichtlich, dass sich die auf den Stirnseiten des Zylinders von den Teilelementen der Länge $|\vec{s}_1| = |\vec{s}_2| = r$ überstrichenen Flächen gegenseitig aufheben, da die Geschwindigkeiten rechts und links von der Drehachse entgegengesetzte Vorzeichen haben. Es genügt daher im Folgenden, nur die von den beiden seitlichen Teilen der Leiterschleife der Länge $|\vec{s}_3| = |\vec{s}_4| = l$ überstrichenen Flächen zu betrachten. Bei einer infinitesimalen Drehung der Schleife um den

³¹ Wer das Relativitätsprinzip bereits in der Mittelstufe vorbereiten will, kann den unter (i) angegebenen Merksatz entsprechend ergänzen: „... wenn ein Leiterstück und ein Magnet relativ zueinander

bewegt werden und sich das Leiterstück dabei senkrecht oder schräg zum Magnetfeld bewegt“.

Winkel $d\alpha = \omega \cdot dt$ überstreichen diese wie in Abb. 12c gezeigt jeweils einen Teil einer Zylindermantelfläche des Betrags $|d\vec{A}_{\ddot{u},i}| = |\vec{v}_i dt \times \vec{s}_i| = |\vec{v}_i| \cdot |\vec{s}_i| \cdot dt = \omega \cdot r \cdot l \cdot dt = (A_0/2) \cdot \omega \cdot dt$. Die Normalenvektoren dieser Teilflächen zeigen in die gleiche Richtung senkrecht zu \vec{A} (siehe Abb. 12d). Genauer gesagt eilen sie \vec{A} um $\pi/2$ voraus, so dass für die pro Zeiteinheit dt insgesamt überstrichene Fläche $d\vec{A}_{\ddot{u}} = d\vec{A}_{\ddot{u},3} + d\vec{A}_{\ddot{u},4}$ gilt:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{A}_{\ddot{u}}}{dt} &= A_0 \cdot \omega \\ &\cdot \left(\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \vec{e}_y + \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \vec{e}_z \right) \\ &= A_0 \cdot \omega \cdot (\cos(\omega t) \cdot \vec{e}_y - \sin(\omega t) \cdot \vec{e}_z). \quad \{20\} \end{aligned}$$

Aus Gl. {19} und Gl. {20} folgt $d\vec{A}_{\ddot{u}}/dt = d\vec{A}/dt$ und damit das bekannte Ergebnis $U_{ind} = -\int \vec{B} \cdot d\vec{A}/dt = B_0 \cdot A_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$. Das vereinfachte Konzept der Flussänderung ist hier also anwendbar.

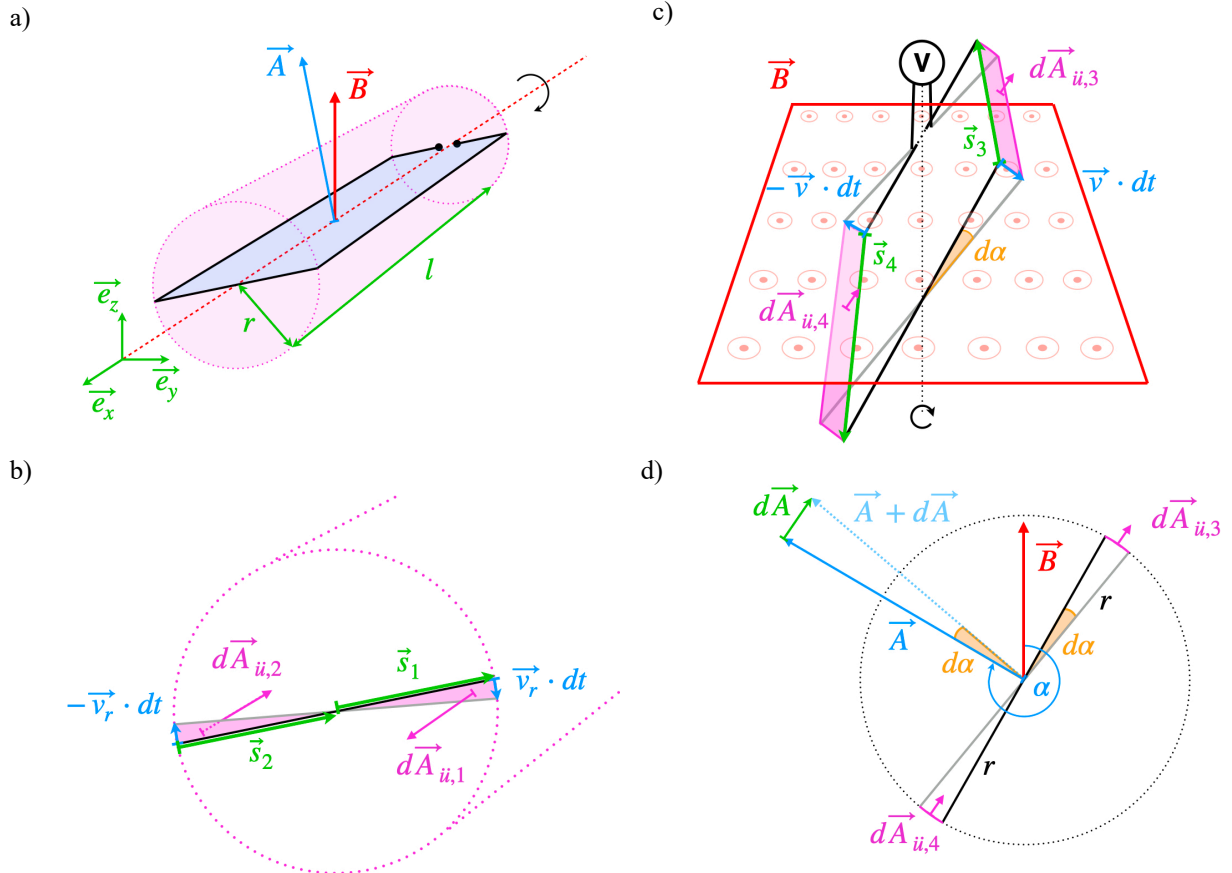


Abb.12: a) Eine rechteckige Leiterschleife rotiert in einem homogenen Magnetfeld, so dass in ihr eine Spannung induziert wird. Das Wegintegral $\oint(\vec{F}/q)d\vec{s}$ entlang der Schleife wird gegen den Uhrzeigersinn durchlaufen.

b) Die Segmente der Länge $2r$ rotieren um ihren Mittelpunkt. Bei einer Drehung um $d\alpha$ überstreicht jedes Teilsegment der Länge r jeweils eine Fläche des Betrags $|d\vec{A}_{\ddot{u},i}| = (d\alpha/2\pi) \cdot \pi r^2$. Die zugehörigen Flächenvektoren sind jedoch entgegengesetzt gerichtet, so dass $d\vec{A}_{\ddot{u},1} + d\vec{A}_{\ddot{u},2} = 0$ gilt. Da darüber hinaus $d\vec{A}_{\ddot{u},i} \perp \vec{B}$ und somit $d\vec{A}_{\ddot{u},i} \cdot \vec{B} = 0$ gilt, liefern bereits die Teilsegmente der Länge r keinen Beitrag zur Induktionsspannung.

c) Die Leitersegmente der Länge l überstreichen die Mantelfläche eines Zylinders. Bei einer Drehung um $d\alpha = \omega \cdot dt$ gilt $|d\vec{A}_{\ddot{u},i}| = |\vec{v}_i dt \times \vec{s}_i| = |\vec{v}_i| \cdot |\vec{s}_i| \cdot dt = \omega \cdot r \cdot l \cdot dt = (A_0/2) \cdot \omega \cdot dt$. Da die Normalenvektoren parallel zueinander sind, ist $d\vec{A}_{\ddot{u},3} = d\vec{A}_{\ddot{u},4}$.

d) Die von den Leitersegmenten der Länge l überstrichene Gesamtfläche $d\vec{A}_{\ddot{u}} = d\vec{A}_{\ddot{u},3} + d\vec{A}_{\ddot{u},4}$ hat den Betrag $A_0 \cdot \omega \cdot dt$ und ist orthogonal zu \vec{A} . Bei der Rotation im Uhrzeigersinn eilt $d\vec{A}_{\ddot{u}}$ also dem Normalenvektor der Leiterschleife \vec{A} um $\pi/2$ voraus und es gilt $d\vec{A} = d\vec{A}_{\ddot{u}}$ (vgl. Gl. {19} und Gl. {20}).

6. Anhang II: Weitere Beispiele, bei denen das vereinfachte Konzept der Flussänderung versagt

Abb. 13 zeigt die Abwandlung eines Beispiels³² aus einem französischen Lehrbuch der Theoretischen Physik [22]. In dem Gedankenexperiment befindet sich eine Spule in einem statischen Magnetfeld, das parallel zur Spulennachse orientiert ist. Ein Voltmeter ist auf einer Seite fest und auf der anderen Seite über einen gleitenden Abgriff mit der Spule verbunden. In der Ausgangssituation werde nur eine Spulenwindung der Fläche A abgegriffen, die den magnetischen Fluss $\Phi_1 = \vec{A} \cdot \vec{B}$ umschließt. Wird der gleitende Abgriff um n Windungen nach oben verschoben, so beträgt der Fluss schließlich $\Phi_n = n \cdot \vec{A} \cdot \vec{B}$. Dennoch tritt keine induzierte Spannung auf. Ein erstes Indiz für das Versagen des vereinfachten Flusskonzeptes liefert der Umstand, dass der Spulenabgriff beim gleitenden Übergang zwischen Windungen mit mindestens zwei von diesen in Kontakt ist, damit die Messschleife nicht unterbrochen wird. Man kann dieser daher keine eindeutige Flächenänderung zuweisen. Zwar ist die vom Magnetfeld durchflossene Spulenfläche am Ende größer als zu Beginn des Experiments, aber eine Flächenänderung allein ruft noch keine Kraftwirkung auf Ladungen hervor. Klar wird dies, wenn man mit der Lorentzkraft $\vec{F}_L = -e \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$ argumentiert. Sie verschwindet im Spulenninneren ($\vec{v} = \vec{0}$), wie auch außerhalb ($\vec{v} \neq \vec{0}$ und $\vec{B} \neq \vec{0}$, aber $\vec{v} \times \vec{B} = \vec{0}$). Während das vereinfachte Flusskonzept versagt, beschreibt Gl. {18} das Experiment korrekt: Im Spulenninneren bewegt sich kein Leitersegment ($\vec{v} = \vec{0}$), so dass kein Flächenelement pro Zeit überstrichen wird ($d\vec{A}_{\vec{u}}/dt = \vec{0}$). Außerhalb überstreicht das Kabel im Magnetfeld eine Fläche pro Zeit ($d\vec{A}_{\vec{u}}/dt = \vec{v} \times d\vec{s} \neq \vec{0}$), jedoch erfolgt die Bewegung in Richtung des Magnetfelds ($\vec{v} \parallel \vec{B}$), so dass $\vec{B} \cdot d\vec{A}_{\vec{u}}/dt = 0$ gilt und keine Spannung induziert wird.

Bei dem in Abb. 14 gezeigten Magnetorotationsapparat, einer Variante des Barlow'schen Rads [18], wird ein metallischer Stab mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in einem statischen Magnetfeld gedreht und so eine Gleichspannung erzeugt. Pfade zweier möglicher Integrationswege sind eingezeichnet, denen sich aber gar keine eindeutige Schleifenfläche zuweisen lässt. Da jeder mögliche Schleifenweg über den sich drehenden Kontaktbalken verlaufen muss und nur dort die Lorentzkraft wirkt, ist die Induktionsspannung $U_{ind} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}$ eindeutig (siehe Gl. {15}). Gleiches gilt für die vom rotierenden Balken in der Zeit dt überstrichene Fläche $d\vec{A}_{\vec{u}} = 1/2 \cdot \omega \cdot r^2 \cdot \vec{e}_z$, wobei r den Radius des metallischen Kontakttrings bezeichnet. Nach Gl. {18} gilt also $U_{ind} = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}_{\vec{u}} = 1/2 \cdot \omega \cdot r^2 \cdot B$.

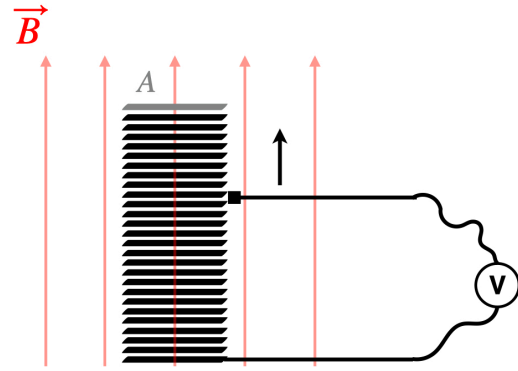


Abb. 13: Ein Voltmeter ist mit gleitendem Abgriff an eine Spule angeschlossen, die sich in einem statischen Magnetfeld befindet. Da die Zuleitungen des Voltmeters in einer Ebene verlaufen, die nicht von B geschnitten wird, ist der Fluss im rechten Teil der Schleife null und lediglich die Spulenwindungen liefern einen Beitrag. Wird der gleitende Abgriff nach oben verschoben, so dass sich die Anzahl der Spulenwindungen in der Messschleife von 1 auf n erhöht, ändert sich der umschlossene Fluss von $\Phi_1 = \vec{A} \cdot \vec{B}$ auf $\Phi_n = n \cdot \vec{A} \cdot \vec{B}$ (Variation eines Beispiels aus [22]). Dennoch wird keine Spannung in der Messschleife induziert (siehe Text).

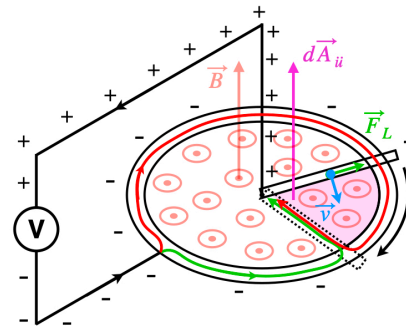


Abb. 14: Magnetorotationsapparat zur Erzeugung einer Gleichspannung. Auch wenn es zwei mögliche Integrationswege zur Berechnung der Induktionsspannung gibt, ist diese eindeutig: Nur das den Wegen gemeinsame Teilstück über den rotierenden Kontaktbalken liefert einen Beitrag zur Induktionsspannung (vgl. Gl. {15}). Dem Aufbau kann jedoch keine eindeutige Schleifenfläche zugeordnet werden. Das vom rotierenden Stab beim Übergang von der Position 1 in die Position 2 überstrichene Flächenelement $d\vec{A}_{\vec{u}}$ ist hingegen eindeutig und die Induktionsspannung ergibt sich aus Gl. {18} zu $U_{ind} = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}_{\vec{u}} = 1/2 \cdot \omega \cdot r^2 \cdot B$.

Verblüffender wirkt der in Abb. 15 skizzierte Aufbau (Faraday-Scheibe [22] oder Faraday'sches Paradoxon [27]), bei dem der drehende Balken und der Leiterring aus Abb. 14 durch eine in einem statischen Magnetfeld rotierende Metallscheibe ersetzt wurde. Da sich die Geometrie der Apparatur bei der Drehung nicht ändert, tritt im Rahmen des vereinfachten Konzepts gar keine Flussänderung auf (eine Flächenänderung

³² Bei dem Beispiel in [22] wird das statische Magnetfeld durch den Stromfluss in einer langen supraleitenden Spule erzeugt. Außerhalb der Spule verschwindet es.

der Messschleife kann gar nicht identifiziert werden). Dennoch wird eine Spannung induziert. Die Leitungselektronen der rotierenden Scheibe bewegen sich nicht einfach auf Kreisbahnen, da sie der radial nach außen wirkenden Lorentzkraft ausgesetzt sind. Da dies überall in der Scheibe geschieht, ist im Gegensatz zu Abb. 14 ein sich bewegendes Leitersegment nicht mehr eindeutig festgelegt. Eingezeichnet ist ein im Bereich der Scheibe willkürlich gewählter Integrationsweg (der natürlich immer zwischen den Kontaktpunkten in der Mitte und am Rand verlaufen muss). Die Leitungselektronen befinden sich nach der Zeit dt auf dem zweiten gestrichelt eingezeichneten Weg. Überstrichene Fläche wie Induktionsspannung sind unabhängig von der Wahl des Integrationsweges und haben sich gegenüber der Apparatur in Abb. 14 nicht geändert. Beim Unipolargenerator wird statt der Scheibe ein axial remanent magnetisierter Eisenzylinder verwendet, so dass man auf einen zusätzlichen externen Magneten ganz verzichten kann [18]).

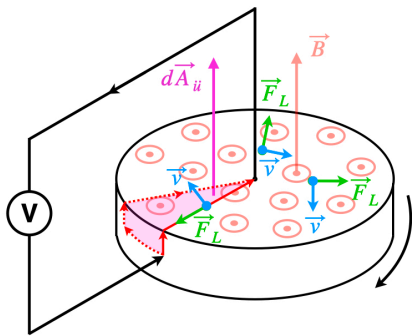


Abb. 15: Faraday-Scheibe [22] bzw. Faraday'sches Paradoxon [27]. Eine leitfähige Scheibe rotiert in einem Magnetfeld. Im Gegensatz zu Abb. 14 ändert sich die Geometrie der Anordnung nicht, so dass von vorneherein gar keine Änderung einer Schleifenfläche definiert werden kann. Dennoch wird eine Induktionsspannung erzeugt. Gl. {15} oder Gl. {18} liefern das gleiche Ergebnis wie für die Anordnung in Abb. 14 (der äußere Rand der Scheibe und die untere Zuleitung werden negativ, ihre Drehachse und die obere Zuleitung positiv geladen). Verwendet man statt der Scheibe einen axial remanent magnetisierten Eisenzylinder, so muss man gar kein externes Magnetfeld anlegen (Unipolargenerator oder Unipolarmaschine [18]).

7. Literatur

- [1] *Dorn Bader Physik, Gymnasium SEK I*, Hrsg. Franz Bader, Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH, Braunschweig, Druck A, 2006 (S.278-298) ISBN 978-3-507-86262-3
- [2] *Impulse Physik, Mittelstufe* für Gymnasien, Ernst Klett Verlag Stuttgart Düsseldorf Leipzig, 1. Auflage, 2007 (S.129-146) ISBN 3-12-772444-6
- [3] Feuerlein, Rainer; Näpfel, Helmut; Schäflein, Horst: *BSV Physik N*, Sekundarstufe 1, Bayerischer Schulbuch Verlag GmbH München, 2. Auflage, 2002 (S.231-252) ISBN 978-3-7627-3902-9
- [4] *Spektrum Physik, Gymnasium SI*, Gesamtband, Schroedel Verlag GmbH Hannover, Druck A, 2001 (S.284-309) ISBN 3-507-86307-3
- [5] *Dorn Bader Physik, Mittelstufe*, Ausgabe B, Hrsg. Franz Bader, Friedrich Dorn, Schrödel Schulbuchverlag GmbH Hannover, Druck A, 1997 (S.250-263) ISBN 3-507-86250-6
- [6] *Bergmann Schröder, Einführung in die Physik, Sekundarstufe 1*, Ausgabe E, Hrsg. Friedrich Bergmann, Heinz Schröder, Diesterweg, Frankfurt am Main, 1979 (S.281-312) ISBN 3-425-05087-7
- [7] *Kuhn Physik 2, Grundkurse Sekundarstufe II*, Hrsg. Wilfried Kuhn, Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH, Braunschweig, Neubearbeitung 2013 (S.184 – 207) ISBN 978-3-14-152141-2
- [8] *Dorn Bader Physik, Gymnasium SEK II*, Hrsg. Franz Bader, Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH, Braunschweig, 2010, (S.46-92) ISBN 978-3-507-10775-5
- [9] *Dorn Bader PHYSIK, Gymnasium Gesamtband SEK II*, Hrsg. Franz Bader, Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH, Braunschweig, 2007 (S.208-268) ISBN 978-3-507-10724-3
- [10] *Impulse Physik, Oberstufe*, Ernst Klett Verlag Stuttgart Leipzig, 1. Auflage, 2007 (S.126-166) ISBN 978-3-12-772606-0
- [11] *Kuhn Physik, Band II, 2. Teil: Klasse 12/13*, Hrsg. Wilfried Kuhn, Westermann Schulbuchverlag GmbH, Braunschweig, 1. Auflage 1990 (S.243-296), ISBN 3-14-152132-8
- [12] *Physik, Oberstufe Gesamtband*, Cornelsen Verlag Berlin, 1. Auflage, 2009 (S.122-147) ISBN 978-3-06-013006-1,
- [13] *Metzler Physik*, Hrsg. Joachim Krause und Joachim Grehn, Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH Braunschweig, 5. Auflage, 2020 (S.254-275) ISBN 978-3-14-100100-6,
- [14] Barth, Michel; Rubitzko, Thomas; Kienle, Rainer; Lingemann, Peter; Vogt, Patrick; Kasper, Lutz (2014): *Induktion*. In: *Naturwissenschaften im Unterricht Physik*, 25), Heft 143, ISSN: 0946-2147.
- [15] Dössel, E.; Druxes, H.; Kehrig, D., Kuhn, W., Siemsen, H.; Südbeck, W. (1998): Band 5/I. *Elektrizitätslehre I/1 Stationäre elektrische und magnetische Felder, Zeitabhängige elektromagnetische Felder, Wechselstrom* (Kapitel 2) aus der Reihe *Handbuch der experimentellen Physik: Sekundarbereich II; Ausbildung – Unterricht – Fortbildung*, Hrsg. Kuhn, Wilfried, Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln, ISBN 3-7614-1927-9

- [16] Lehrplan Physik, Gymnasium, Klassenstufe 9, Saarland, Ministerium für Bildung und Kultur, 2014, https://www.saarland.de/mbk/DE/portale/bildungsserver/themen/unterricht-und-bildungsthemen/lehrplaene-handreichungen/lehrplaeneallgemeinbildende/Gymnasium/Gymnasien_node.html (letzter Aufruf 4.1.2023)
- [17] Lehrplan Physik, Hauptphase der gymnasialen Oberstufe, Saarland, Ministerium für Bildung und Kultur, 2019, https://www.saarland.de/mbk/DE/portale/bildungsserver/themen/unterricht-und-bildungsthemen/lehrplaene-handreichungen/lehrplaeneallgemeinbildende/gymnasiale-oberstufe-GOS/lehrplaene_GOS_node.html (letzter Aufruf 4.1.2023)
- [18] Raith, Wilhelm (2006): *Bergmann Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 2, Elektromagnetismus*, 9. Auflage, Walter de Gruyter, Berlin, New York (Kapitel 4.1 und 6.3.3) ISBN 3-11-018898-8
- [19] *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, Hrsg. Meschede, Dieter, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2015 (Kapitel 8.1) ISBN 978-3-662-45976-8
- [20] Demtröder, Wolfgang (2002): *Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik*, 2. überarbeitete und erweiterte Auflage, korrigierter Nachdruck, Springer Verlag Berlin Heidelberg (Kapitel 4.1) ISBN 3-540-65196-9
- [21] Griffiths, David J. (2011): *Elektrodynamik, Eine Einführung*, 3. Aktualisierte Auflage, Pearson Deutschland (Kapitel 7.1.3, 7.2, 12.1.1 und 12.3) ISBN 978-3-86894-057-2
- [22] Pérez, José-Philippe; Carles, Robert; Fleckinger, Robert (2002): *Électromagnétisme, Fondements et applications*, 4^e édition, Dunod, Paris (Chapitre 14) ISBN 2 10 005574 7
- [23] Fließbach, Torsten (2012): *Elektrodynamik, Lehrbuch zur Theoretischen Physik II*, 6. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (Kapitel 16 und 22) ISBN 978-3-8274-3035-9
- [24] Nolting, Wolfgang (2013): *Grundkurs Theoretische Physik 3, Elektrodynamik*, 10. Auflage Springer-Verlag Berlin Heidelberg (Kapitel 4.1.1) ISBN 978-3-642-37904-8
- [25] Nolting, Wolfgang (2016): *Grundkurs Theoretische Physik 4/1, Spezielle Relativitätstheorie*, 9. Auflage Springer-Verlag Berlin Heidelberg (Kapitel 2.3.5) ISBN 978-3-662-49030-3
- [26] Jackson, John David (1975): *Classical Electrodynamics*, Second Edition, John Wiley & Sons, New York (Chapter 6.1) ISBN 0-471-43132-X
- [27] Feynman, Richard P.; Leighton, Robert B.; Sands, Matthew (1964): *Lectures on Physics, Volume II, Mainly Electromagnetism and Matter*. Addison-Wesley Publishing Company (Kapitel 17-1, 17-2) ISBN 0-201-02117-X-P; auch unter <https://www.feynmanlectures.caltech.edu/> (letzter Aufruf 4.1.2023)
- [28] Kuhn, W. (1989): *Die Lorentz-Kraft als relativistischer Effekt*. In: *Praxis der Naturwissenschaften – Physik* 1/38, S.2-5
- [29] Kuhn, W. (1997): *Einsteins Deutung der Lorentz-Kraft als relativistischer Effekt*. In: *Praxis der Naturwissenschaften – Physik* 2/46, S. 28-29, Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln
- [30] Pelster, Rolf; Hüttl, Ingo (2004): *Verblüffende Spannungsmessungen: Experimente zu einem elektrodynamischen Paradoxon*. In: *Physik und Didaktik in Schule und Hochschule, PhyDid* 1/3, S. 30-38. <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid/article/view/19>
- [31] Hüttl, Ingo; Pelster, Rolf (2004): *Wie „eigen-sinnig“ können Voltmeter sein?* In: *MNU* 57, S. 474-477
- [32] Fima Leybold Didactic, Versuch P3.4.2.1, *Messung der Induktionsspannung in einer durch ein Magnetfeld bewegten Leiterschleife*, <https://www.leybold-shop.de/vp3-4-2-1.html> (letzter Aufruf 4.1.2023)
- [33] Firma. 3B Scientific, *Induktionsgerät* Artikel-Nr.: 1000968 https://www.3bscientific.de/induktionsgeraet-zur-quantitativen-bestaetigung-des-induktiongesetzes-1022439-3b-scientific,p_880_32225.html (letzter Aufruf 4.1.2023)
- [34] Fima Leybold Didactic, Ringentladungsröhre mit Fuß, <https://www.leybold-shop.de/physik/geraete/elektrik-elektronik/elektromagnetische-schwingungen-und-wellen/teslatransformator/58741.html> (letzter Aufruf 4.1.2023)
- [35] Hübel, Horst: <https://www.forphys.de/Website/induktion/induktion.html> (letzter Aufruf 4.1.2023)

Danksagung

Wir danken den Physiklehrern Florian Hewener und Willi Göbel für vielfältige Diskussionen und Anregungen.

Finanziell gefördert wurde die Arbeit im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung des BMBF (Projekt SaLUt II, Teilprojekt „Frühzeitige Verknüpfung von Fachwissenschaft und Fachdidaktik in der Lehramtsausbildung der Physik“).

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung

SaLUt
Saarland