

## Magnuseffekt und Coandaeffekt - Demonstrationen zu ihrem besseren Verständnis

Prof. Dr. Klaus Weltner

Universität Frankfurt, Institut für Didaktik der Physik, weltner@em.uni-frankfurt.de

### Kurzfassung

Ein rotierender Zylinder, der im Luftstrom steht, erfährt eine seitlich wirkende Kraft, bekannt als Magnuseffekt. Er tritt beim Sport auf, wo „geschnittene“ Bälle unerwartet gekrümmte Bahnen durchlaufen. Die klassische Erklärung auf der Grundlage des Bernoullischen Gesetzes ist falsch, weil dort Ursache und Wirkung vertauscht werden. Ein physikalisches Verständnis ist leicht möglich, wenn man von einem rotierenden Zylinder ausgeht, der sich in der ruhenden Luft bewegt. Die durch Reibung mitgenommene Luft durchläuft Kreisbahnen und führt an der Trommeloberfläche zu einem Unterdruck ähnlich wie im Kern eines Tornados oder einer Zentrifuge. Dieser Unterdruck wird experimentell nachgewiesen. Wird der Zylinder seitlich angeströmt, werden die Krümmungen der Stromlinien an einer Seite verstärkt und an der anderen Seite geschwächt. Dies ruft die Druckunterschiede hervor.

Der Coandaeffekt beschreibt die Tatsache, dass strömende Luft an leicht gekrümmten Flächen entlang strömt und der geometrischen Form dieser Fläche folgt, wie zum Beispiel bei der Tragfläche. Es wird ein Versuch gezeigt, der demonstriert, dass dies nur dann möglich ist, wenn es Reibung gibt.

### 1. Magnuseffekt

Der Magnuseffekt beschreibt folgende Tatsache: Ein aufrecht stehender rotierender Zylinder wird von der Seite her von einem Luftstrom angeblasen. Dann erfährt er eine Kraft senkrecht zur Drehachse und senkrecht zur Windrichtung. Diese Querkraft ist zunächst unerwartet. Technisch wurde sie in den zwanziger Jahren des vorigen Jahrhunderts von Flettner benutzt, um Schiffe anzutreiben. Einen Nachbau dieses Flettnerrotors genannten Schiffes hat Siemens [1] kürzlich vorgestellt.



Abb. 1 Modell eines Flettnerrotors nach Siemens [1]

Daneben tritt der Magnuseffekt im Sport auf. Geschnittene Tennisbälle oder rotierende Fußbälle durchlaufen unerwartet gekrümmte Bahnen und können den jeweiligen Partner verwirren und den Spielverlauf beeinflussen. Obwohl der Magnuseffekt inzwischen aus den Schulbüchern verschwunden ist und nur noch in akademischen Lehrbüchern behandelt wird, sollte ihn der Physiklehrer kennen und

erklären können, weil er im Sport gelegentlich diskutiert wird.

Die konventionelle Erklärung des Magnuseffektes folgt dem gleichen Muster wie die konventionelle Erklärung des aerodynamischen Auftriebs. In beiden Erklärungen werden Geschwindigkeitsunterschiede als *Ursache* für Druckunterschiede angegeben. Das ist falsch. Die Kausalbeziehung ist umgekehrt: Geschwindigkeitsunterschiede sind immer die *Folge* von Druckunterschieden. Druckunterschiede entstehen, wenn die Stromlinien gekrümmte Bahnen durchlaufen. Da im Zusammenhang mit dem Bernoullischen Gesetz noch immer Fehlvorstellungen weit verbreitet sind, wird dieser Zusammenhang im Anhang noch einmal explizit dargestellt

### 2. Physikalische Erklärung des Magnuseffektes

Ein einfacher Zugang zum Verständnis des Magnuseffektes ergibt sich, wenn man zunächst einen senkrecht stehenden Zylinder in ruhender Luft betrachtet. Rotiert der Zylinder, wird infolge der Reibung Luft mitgenommen. Es bildet sich eine zirkulatorische Strömung um den sich drehenden Zylinder aus. Dabei durchläuft die strömende Luft Kreisbahnen. Dies ist nur möglich, wenn sich ein Druckgradient derart aufbaut, dass sich eine Zentripetalkraft ergibt, die die strömende Luft in Richtung des Drehzentrums beschleunigt. Das bedeutet, dass nach außen hin der Druck zunehmen muss und innen ein niedriger Druck entsteht. Nur so ergibt sich eine nach innen wirkende Zentripetalkraft, wie bei einem Stein, den wir an einem Gummiband im Kreis herum schleudern. Das Gummiband spannt sich soweit, dass die für die Kreisbewegung nötige Zentripetal-

kraft entsteht. Diese Druckzunahme von innen nach außen beobachten wir übrigens auch bei der Zentrifuge und dem Tornado. Im Falle des rotierenden Zylinders können wir so gut verstehen, dass ein Unterdruck an seiner Oberfläche entsteht. Dies lässt sich experimentell demonstrieren. Mit Hilfe eines empfindlichen Schrägrohrmanometers und einer Scheibensonde kann der Unterdruck in der Umgebung der rotierenden Zylinderoberfläche demonstriert werden.

Die Abbildung 2 zeigt den Versuchsaufbau.

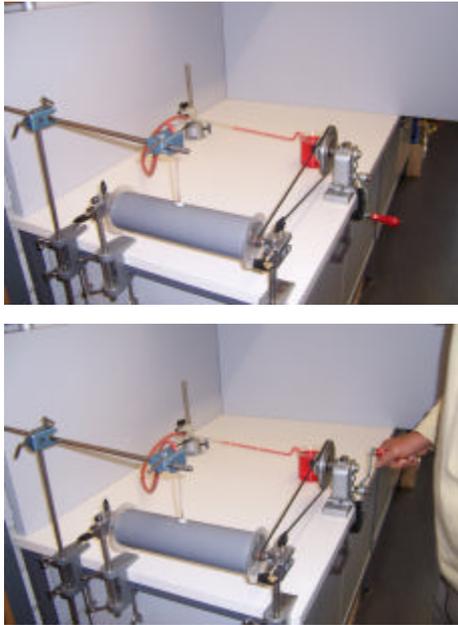


Abb. 2 Demonstration des Unterdrucks in der Umgebung eines rotierenden Zylinders.

oben: Zylinder in Ruhe; unten: Zylinder rotiert und Meniskus wandert nach links unten und zeigt Druckabnahme.

Die Tatsache, dass bei einer zirkulatorischen Strömung im Zentrum ein Unterdruck herrscht, kann ganz einfach bei jeder Kaffeepause anhand einer gefüllten Tasse demonstriert werden. Wenn man die Flüssigkeit umrührt, sinkt der Flüssigkeitsspiegel im Zentrum und nach außen hin steigt er an. Will man den rotierenden Zylinder in Luft genauer nachbilden, kann man auch einen rotierenden Zylinder in eine Flüssigkeit halten. Dann wird durch die Reibung an der Zylinderoberfläche die Flüssigkeit mitgenommen. Beobachtet wird der gleiche Effekt, innen sinkt der Flüssigkeitsspiegel, außen steigt er an. Dabei ist die Höhe des Flüssigkeitsspiegels ein Indikator für die Druckverhältnisse im Inneren der Flüssigkeit.



Abb. 3 Rotierender Zylinder in Wasser

In einem zweiten Versuch betrachten wir die Druckverhältnisse bei einem ruhenden Zylinder, der von der Seite angeströmt wird. Es bildet sich eine Ausweichströmung. In erster Näherung, ohne Reibung, ergibt das vorn einen Staudruck und an den Seiten wegen der kreisförmigen Stromlinien einen Unterdruck. Auch dies kann experimentell gezeigt werden, wenn bei der gleichen Versuchsanordnung mit Hilfe eines Föns der Zylinder angeblasen und mit dem Schrägrohrmanometer der Druck gemessen wird.

Um nun den Magnuseffekt physikalisch zu verstehen, kombinieren wir beide Versuche. Wir betrachten einen rotierenden Zylinder, der senkrecht im Luftstrom steht. Von der Richtung des Luftstroms aus gesehen, erhalten wir auf einer Seite eine Schwächung der kreisförmigen Umströmung und damit eine Reduzierung des Unterdrucks. An der gegenüberliegenden Seite bekommen wir eine Verstärkung der kreisförmigen Umströmung und damit eine Verstärkung des Unterdrucks. Aufgrund der Druckdifferenzen an den einander gegenüberliegenden Seiten ergibt sich eine Querkraft, die senkrecht auf der Drehachse und der Windströmung steht.

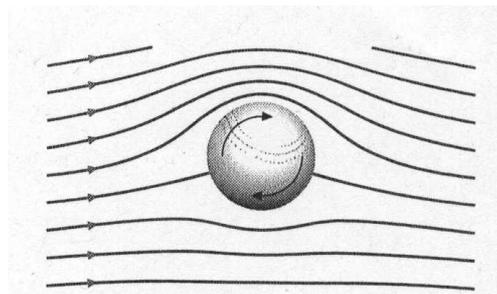


Abb. 4 Strömung um rotierenden Zylinder

### 3. Coandaeffekt

Der Coandaeffekt beschreibt die Tatsache, dass eine Luftströmung an leicht gekrümmten Oberflächen anliegt. Bedeutsames Beispiel ist die Umströmung eines Tragflächenprofils. Eine reibungsfreie Strömung wird durch die Eulerschen Gleichungen beschrieben. Deren Lösungen führen bei umströmten Körpern zu dem überraschenden Ergebnis, dass weder Luftwiderstand noch Auftrieb erfolgen. Dies ist als d'Alembertsches Paradoxon bekannt. Eine „Gesunde Umströmung“ eines Tragflächenprofils,

bei der Luftwiderstand und Auftrieb entstehen, ist nur bei Reibung möglich.

Dies ist schwer zu begründen oder zu zeigen. Bisher habe ich immer mit einem Gedankenexperiment operiert, bei dem eine Luftströmung oberhalb der Tragfläche ohne Reibung über die darunter liegende Luft hinweg strömt. Abb. 5

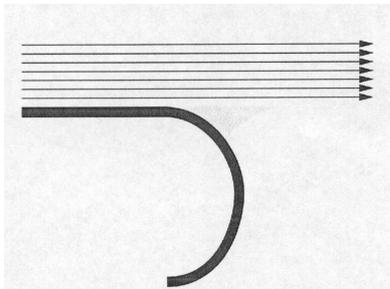


Abb. 5a Ohne Reibung kann Luft über die darunter ruhende Luft gleiten.

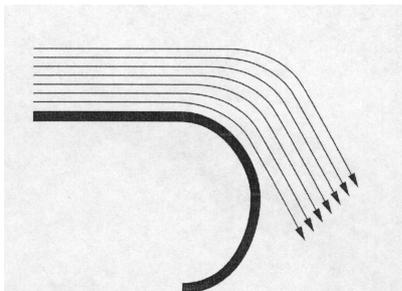


Abb.5b

Mit Reibung wird die Luft zwischen Oberseite und Luftströmung mitgenommen, es entsteht ein Unterdruck, der die Luftströmung zum Anliegen an die Flächenoberseite führt.

Ein Schritt weiter kann mit folgendem Experiment gegangen werden. Eine gekrümmte Fläche wird von vorn angeströmt. Ein Papierstreifen, frei beweglich, schirmt die Luftschicht an der Oberseite der Fläche gegen die Luftströmung ab. Jetzt steht der Papierstreifen waagrecht und bleibt oberhalb der Fläche.

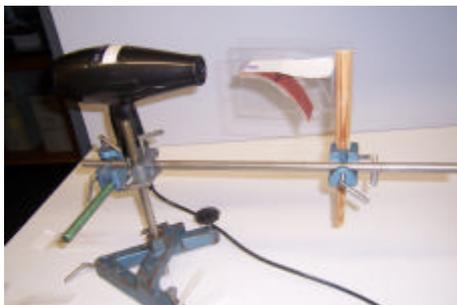


Abb. 6a Versuch zum Coandaeffekt

Wird der Papierstreifen von der Seite her mehrfach leicht angeschnitten, sodass Luft hindurch treten kann, wird durch Reibung die Luft unterhalb des Streifens mitgenommen und es bildet sich die eng an der Fläche anliegende Strömung gemäß dem Coandaeffekt aus.



Abb. 6b Versuch zum Coandaeffekt

#### 4. Anhang: Die eindimensionale Euler-Gleichung und ihre Konsequenzen

Die Euler'schen Gleichungen sind die Grundlagen für die Strömungsdynamik ohne Reibung. Sie beschreiben die Zusammenhänge zwischen Druckgradienten und Beschleunigungen in strömenden Fluiden. Ihre Grundlage ist das Newton'sche Bewegungsgesetz. Für unsere Zwecke ist es ausreichend, die einfachste Form der Euler'schen Gleichung für eine Stromröhre bei stationärer Strömung und ohne Gravitation zu betrachten. Für ein kubisches Luftvolumen in einer beliebigen Stromröhre eines Strömungsfeldes gilt dann  $F = \Delta m a$ .

Wie immer in der Mechanik müssen wir zwei Beschleunigungen getrennt betrachten: die *Tangentialbeschleunigung* in Bewegungsrichtung und die *Normalbeschleunigung* senkrecht zur Bewegungsrichtung.

*Tangentialbeschleunigung:* Das Luftvolumen wird in Richtung der Geschwindigkeit (s-Richtung) beschleunigt, wenn der Druck auf die hintere Fläche des Volumenelementes größer ist als auf die vordere Fläche (Abb.7).

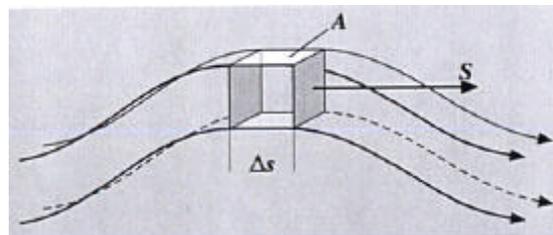


Abb. 7 Tangentialbeschleunigung eines Quaders mit Seiten A.

Das Volumenelement wird also schneller, wenn der Druck abfällt, und sich das Volumen in ein Gebiet niedrigeren Drucks hinein bewegt. Daher auch das negative Vorzeichen in der Grundgleichung

$$\Delta m \cdot \ddot{s} = F = -A \frac{dp}{ds} \cdot \Delta s.$$

Mit dem Massenelement  $\Delta m = \rho A \Delta s$  ergibt sich

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{dp}{ds}.$$

Diese Gleichung lässt sich nach Umformung integrieren und ergibt das Bernoulli'sche Gesetz:

$$\int_1^2 p \cdot dv \frac{ds}{\rho} = -\int_1^2 dp, \quad \left( \frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = p_1 - p_2.$$

Wer diesen Zusammenhang verstanden hat, kommt nie in Versuchung, eine höhere Strömungsgeschwindigkeit als Ursache für die Absenkung von Druck anzugeben.

Im Unterricht wird das Bernoullische Gesetz meist mit Hilfe des Energiesatzes für eine Stromröhre mit variablem Querschnitt abgeleitet. Das ist einfach, verschleiert aber die physikalischen Zusammenhänge und leistet Fehlinterpretationen Vorschub. Es wird dabei nicht deutlich, dass die Ursache für die Geschwindigkeitszunahme ein Druckabfall in Strömungsrichtung ist. Eine höhere Strömungsgeschwindigkeit kann also nicht die *Ursache* für niedrigeren Druck sein. Sie ist immer dessen *Folge*.

*Normalbeschleunigung:*

Eine Normalbeschleunigung in z-Richtung tritt auf, wenn Stromröhren gekrümmt sind (Abb. 8).

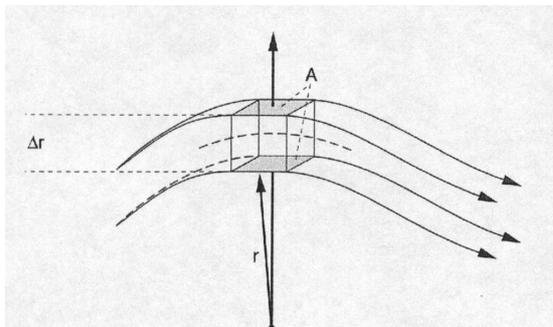


Abb. 8 Normalbeschleunigung eines Luftvolumens

Für eine Beschleunigung in Richtung auf den Krümmungsmittelpunkt hin muss dann der Druck auf die obere Fläche größer sein als auf die untere. Vom Krümmungsmittelpunkt nach außen gehend nimmt der Druck zu, daher das negative Vorzeichen in der Grundgleichung:

$$dm \cdot \ddot{z} = F = -A \frac{dp}{dz} \cdot dz.$$

Die lokale Beschleunigung in z-Richtung ist die Radialbeschleunigung auf einer Kreisbahn mit dem Krümmungsradius R:

$$\ddot{z} = -\frac{v^2}{R}.$$

Das Massenelement ist  $dm = \rho A dz$ . Dies setzen wir ein und erhalten einen Ausdruck für den Druckgradienten senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit:

$$\frac{dp}{dz} = \rho \frac{v^2}{R}.$$

Dabei ist z die Normalrichtung, R der Krümmungsradius und v die Geschwindigkeit.

Sind in einem Strömungsfeld die Stromlinien gekrümmt, existieren in dem Strömungsfeld Druckgradienten senkrecht zu den Stromlinien. Die Druckgradienten sind von der Strömungsgeschwindigkeit abhängig, sie wachsen mit  $v^2$  und mit der Krümmung  $1/R$ . Die Gleichung kann allerdings nicht direkt integriert werden. Dazu muss das gesamte Strömungsfeld quantitativ bekannt sein. Der Zusammenhang ist aber von großem Wert, weil er es ermöglicht, qualitativ die physikalischen Zusammenhänge zu verstehen, die zur Entstehung von Druck und Überdruck führen. Normalbeschleunigungen und die damit verbundenen Druckgradienten senkrecht zu den Stromlinien werden in den Lehrbüchern der Physik meist nicht erwähnt, im Gegensatz zu den Lehrbüchern der technischen Strömungslehre. Das bedauerlich, denn nur dieser Zusammenhang lässt die Entstehung und Erzeugung von Druck und Unterdruck bei der Umströmung von Hindernissen physikalisch verstehen. Wir können bei Stromlinienbildern unmittelbar aus den Krümmungen auf die Größe und Richtung der Druckgradienten schließen.

## Literatur

- [1] Siemsen, F; Leisten, K: Der Magnuseffekt unter fachdidaktischem Aspekt  
In: Zur Didaktik der Physik und Chemie,  
Hannover S. 149-151, 1979
- [2] Tipler, Paul, A; Mosca, Gene: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure Heidelberg 2006
- [3] Weltner, K: Flugphysik um das Fliegen zu verstehen