

Relativitätstheorie und philosophische Gegenargumente II

J. Brandes*

*Danziger Str. 65, D 76307 Karlsbad, e-mail: jg-brandes@t-online.de

Kurzfassung

- 1.) Es werden einige einfache, kritische Gedankenexperimente zur philosophischen Bedeutung des Minkowski-Raums durchgeführt. Seine physikalische Bedeutung steht außer Zweifel, denn alle experimentellen Vorhersagen der Speziellen Relativitätstheorie sind vielfältig bestätigt. Eines der einfachen Gedankenexperimente: Für zwei aneinander vorbeibewegte, massive Stäbe liegt jedem Punkt des einen Stabes stets genau ein Punkt des anderen Stabes gegenüber. Im Minkowski-Raum gilt das entsprechend mit folgendem Unterschied: Welche Punkte einander gegenüberliegen, ändert sich beim Wechsel des Inertialsystems. In der Wirklichkeit ändert sich dagegen nichts, wenn man von einem Stab zum anderen wechselt.
- 2.) Die drei abschließenden Kapitel geben Diskussionen wieder und enthalten relativistische Gegenargumente.

1. Einleitung

Die Relativitätstheorie ist experimentell bestens bestätigt. Aber die nachfolgenden, von der Relativitätstheorie unabhängigen, elementaren Überlegungen von sich bewegenden Stäben sind – nach Ansicht des Autors – ebenso nicht zu bezweifeln. Beides muss zueinander passen, denn es gilt der Ausspruch von Galilei: „Zwei Wahrheiten können einander nicht widersprechen.“ Diese Überlegungen ergänzen die früheren Ausführungen in [1].

2. Das Gegenargument

Man betrachte zwei aneinander vorbeigleitende Stäbe x und x' (Inertialsysteme). Stets gilt, weil es evident ist und beliebig durch Beobachtung überprüft werden kann: Jedem Punkt P auf x liegt immer genau ein Punkt X' auf x' gegenüber (und niemals gleichzeitig zwei). Daraus folgt logisch: Auch wenn sich die Ursprünge O und O' gegenüberliegen, liegt gegenüber P nach wie vor genau ein Punkt. Er werde P' genannt. Siehe Abb. 1 + 2.

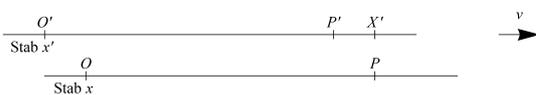


Abb. 1: Der Stab x' bewegt sich mit v am Stab x vorbei. Der Beobachter P auf x sieht immer genau einen Punkt X' gegenüber zu sich auf x' .

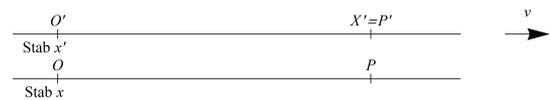


Abb. 2: Also auch dann, wenn O' gegenüber O liegt. Diesen Punkt nenne man P' .

Ebenso elementar: Es existiert stets nur ein Stab x und ein Stab x' .

3. Die Sicht des Minkowski-Raums

Die Relativität der Gleichzeitigkeit der Speziellen Relativitätstheorie sagt etwas Anderes: Für $t = 0$ und $t' = 0$ liegen P verschiedene Punkte P' gegenüber. Das lässt sich am Minkowski-Diagramm illustrieren. Siehe Punkt 1.) in Abb. 3. Die dazu gehörigen Formeln lauten:

$$t = 0: \quad x'_P(t = 0) = \frac{x_P}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \{1\}$$

$$t' = 0: \quad x'_P(t' = 0) = x_P \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \{2\}$$

Ein Unterschied zu Abb. 2: In diese Aussagen geht die gemessene Zeit ein.

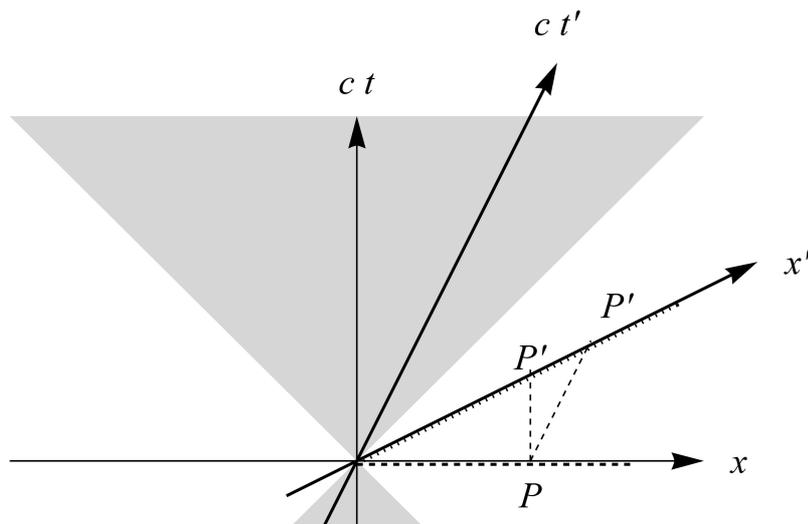


Abb. 3: Minkowski-Raum.

1.) Welcher Punkt von x liegt welchem Punkt von x' gegenüber? Außer für den Koordinatenursprung O , O' ist das nicht zu sehen. Man muss es konstruieren oder mit Hilfe der Lorentz-Transformationen berechnen. Dem Punkt P liegen die Punkte $P'(t=0)$ und $P'(t'=0)$ gegenüber.

2.) Die Stäbe x und x' haben irgendwelche Längen. Wo liegen die Stäbe im Minkowski-Raum, wenn sich die Anfangspunkte O und O' gegenüberliegen? Ein auf x ruhender Beobachter sieht x' als die gestrichelte Strecke ($t = 0$) und ein auf x' ruhender Beobachter sieht x als die gepunktete Strecke ($t' = 0$). Im Gegensatz zum wirklichen Raum haben die Stäbe keine definierte Lage. Außerdem gilt: Was dem Punkt P auf dem Stab x gegenüberliegt, ist in jedem Inertialsystem etwas Anderes.

Ein weiteres, noch einfacheres Beispiel illustriert Punkt 2.) in Abb. 3:

In der Wirklichkeit liegt dem Stab x der Stab x' gegenüber. Aber wo liegt der Stab x' im Minkowski-Raum? Liegt er auf der x' -Achse oder ist es die gestrichelte Linie vor der x -Achse? Entsprechend weiß man nicht, ob der Stab x die x -Achse oder die gepunktete Linie vor der x' -Achse sein soll.

Keinen Unterschied zum Minkowski-Raum gibt es, wenn man ein beliebiges Inertialsystem auszeichnet – allerdings fehlt dem Minkowski-Raum dafür ein Kriterium – und die Gedankenexperimente relativ dazu diskutiert. Man kann es positiv formulieren: Der Minkowski-Raum bietet mehr als man braucht, um die obigen Gedankenexperimente zu verstehen. Vielleicht liegt hierin eine der Schwierigkeiten, in Diskussionen wie in den Kapiteln 6 und 7 zu einer Einigung zu gelangen.

4. Schlussfolgerungen

Gemäß der Relativitätstheorie ist der Minkowski-Raum auch der wirkliche Raum. Da die Überlegungen von Kap. 2. und 3. dem widersprechen, fragt sich, wie eine Lösung aussehen könnte. In [1] und [2] ist ein Lösungsansatz enthalten, der hier nicht wiederholt werden soll, denn wichtiger und erste Voraussetzung für eine Lösung ist, dass man diesen Widerspruch zugibt. Kann man sich dazu nicht durchringen, ergibt sich für die hier zuständige Gra-

vitationsphysik auch keine Notwendigkeit, diese Situation zu ändern.

5. Das frühere philosophische Argument in [1]:

Da die Relativitätstheorie (SRT) vielfältig experimentell bestätigt ist, insbesondere die Zeitdilatation, haben die philosophischen Ansprüche der Relativitätstheorie große Überzeugungskraft und das nimmt philosophischen Gegenargumenten fast jede Legitimation.

Andererseits, das sog. Gegenwartsargument widerspricht überzeugend der Relativität der Gleichzeitigkeit: Alles, was Gegenwart ist (egal, wo im Weltall) ist gleichzeitig, ‚Gegenwart sein‘ bedeutet stets auch ‚wirklich sein‘ und umgekehrt. Irgendein Vorgang in der Gegenwart ist zugleich auch ein wirklicher Vorgang. Dagegen sind Vergangenheit und Zukunft nicht mehr oder noch nicht, auf jeden Fall keine Wirklichkeit. Gleichzeitigkeit und ‚Wirklichkeit sein‘ sind äquivalent. Konsequenz, aber wenig überzeugend, bezeichnet die SRT diese Wirklichkeit als „Illusion“. Für den Autor zeigt die Lorentz-Interpretation [2] der SRT einen Ausweg.

Die Physik (Übereinstimmung von Formeln und Experiment) wird damit nicht bestritten.

6. Ein Diskussionseinwand während der Tagung

Der Einwand: Gemäß der Speziellen Relativitätstheorie ist relativ zu x der Stab x' verkürzt. Wechselt man das Inertialsystem und geht zu x' , dann ist jetzt der Stab x verkürzt. Die Aussage „ P liegt genau ein Punkt P' gegenüber“ ist falsch.

Antwort: 1.) Nein. Was geschieht etwas genauer betrachtet? Man misst einmal relativ zu x (und x') zur Zeit $t = 0$, dann relativ zu x (und x') zur Zeit $t' = 0$. Man führt eine Messung an P zu verschiedenen Zeitpunkten durch. Natürlich liegen dann P verschiedene Punkte P' gegenüber, da sich die Stäbe relativ zu einander bewegen. Nur für O und O' bedeutet $t = 0$ dasselbe wie $t' = 0$.

2.) Wechselt man das Inertialsystem, kann sich keiner der Stäbe x , x' physikalisch verändern, denn es werden keine Kräfte auf die Stäbe ausgeübt. Es geschieht folgendes: Man wechselt nicht nur das Inertialsystem, sondern man ändert zusätzlich den Zeitpunkt der Messung. Statt $t = 0$ nimmt man jetzt $t' = 0$. An der Stelle P bedeutet das $t \neq 0$.

7. Diskussion mit R. Pausenberger

Zu den obigen Abb. 1, 2 und 3 lauten die Einwände von Herrn Pausenberger, die mit seiner Zustimmung einer ausführlicheren E-Mail-Diskussion entnommen sind:

Lieber Herr Brandes, Sie synchronisieren die Koordinaten bei der Koinzidenz von O und O' . Betrachten wir folgende Ereignisse:

① Paul trifft auf Berta. Pauls Uhr zeigt 0, er misst den Ort p . Berta misst ihren Ort b und irgendeine Zeit kleiner 0.

Um in ihrer Vorstellung zu bleiben: Paul und Berta winken sich nun zu.

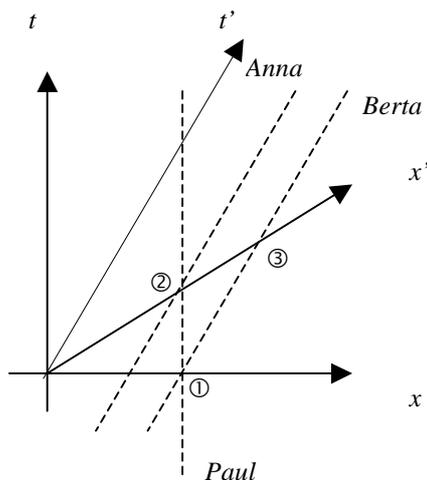


Abb. 4: Ereignisse im Minkowski-Raum

② Später trifft Paul auf Anna. Anna ist dadurch gekennzeichnet, dass ihre Uhr dabei 0 zeigt.

③ Wenn Bertas Uhr 0 anzeigt, ist sie räumlich und zeitlich von Paul entfernt.

Natürlich misst sie weiterhin b , aber Paul misst für sie irgendwelche anderen Koordinaten.

Im Lauf der Zeit koinzidiert Paul mit allen Punkten von x' , im „wirklichen Raum“ wie Sie schreiben, ebenso wie im Minkowskiraum, aber gewunken hat er nur Berta in ①.

Vielleicht ist das Missverständnis, dass ① nicht ② oder ③ „gegenüber liegt“; es sind drei verschiedene Ereignisse.

Ich vermute, Sie meinen mit „gegenüber liegen“ eine Koinzidenz, dass sich also im Minkowski-Diagramm die Weltlinien schneiden.

Lieber Herr Pausenberger, ... über meine Antwort habe ich mehrere Stunden nachgedacht, aber deshalb ist sie kurz. Vorher einige davon unabhängige Punkte für die weitere Diskussion:

Paul, Anna und Berta dürfen eine einstein-synchronisierte Uhr mit sich tragen. Auf mein Gedankenexperiment in Abb. 1 und 2 wirkt sich das nicht aus, man kann sich aber in der weiteren Diskussion an einigen Stellen klarer ausdrücken.

Man sollte für die drei Raumzeitpunkte, so wie Sie in Ihrer Abbildung eingezeichnet sind, die Koordinaten angeben.

Für Paul gilt:

$$\begin{aligned} t = 0 \\ x = p \end{aligned}, \quad p' = \frac{p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t'_p = \frac{-vp/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \{3\}$$

Für Anna gilt:

$$\begin{aligned} t' = 0 \\ x' = a' \end{aligned}, \quad x_{a'} = \frac{a'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t_{a'} = \frac{+va'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \{4\}$$

Für Berta gilt:

$$\begin{aligned} t' = 0 \\ x' = b' \end{aligned}, \quad x_{b'} = \frac{b'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t_{b'} = \frac{+vb'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \{5\}$$

Nun zu meiner Antwort: Sie haben Recht, mit ①, ②, ③ handelt es sich um drei Raumzeitpunkte, die sich im Minkowski-Raum, so wie sie gezeichnet sind, nicht gegenüberliegen. Aber auf Grund des Gedankenexperimentes der Abb. 1 und 2 weiß ich, dass Paul ① genau ein Punkt gegenüberliegen muss. Da der Minkowski-Raum dem widerspricht, kann der Minkowski-Raum nicht der wirkliche Raum sein. Stimmen Sie zu?

Wenn der Minkowski-Raum trotzdem der wirkliche Raum sein soll, müssten Sie durch weitere Überlegungen im Minkowski-Raum ein Gegenüberliegen (oder Aufeinanderliegen) definieren. Sie könnten dazu auf die gestrichelte und gepunktete Strecke in Abb. 3 schauen, vielleicht hilft das?

Lieber Herr Brandes,

- mit den Formeln für die Lorentztransformation bin ich einverstanden.

- Das „Gegenüberliegen zweier Punkte“ in Ihrer Überlegung identifiziere ich mit dem „Schneiden zweier Weltlinien“ im Minkowskidiagramm und der „Koinzidenz zweier Ereignisse“ in der Beschreibung.

- Sie wissen, dass Paul zu jeder Zeit genau ein Punkt gegenüberliegen muss. Ich sehe im Minkowskidiagramm, dass Pauls Weltlinie (senkrecht) von einer Schar anderer Weltlinien (schräg, zueinander parallel) geschnitten wird. Für jeden Abszissenwert t schneidet genau eine Gerade aus dieser Schar Pauls Weltlinie. Unsere beiden Formulierungen halte ich für gleichwertig.

- Die gestrichelten Linien in Abbildung 3 verbinden Punkte verschiedener Zeiten. Sie treffen damit keine Aussage über ein Gegenüberliegen. Somit sehe ich keinen Widerspruch zu den obigen Überlegungen oder zwischen Ihrer Überlegung (Abb.1,2) und dem Minkowskidiagramm (Abb.4).

Sie schreiben „... dass Paul ① genau ein Punkt gegenüberliegen muss“. Das möchte ich erweitern zu „... dass Paul bei Ereignis ① genau ein Punkt gegenüberliegen muss“ bzw. in meiner Formulierung „... dass ① genau ein Punkt auf Pauls Weltlinie ist“. Damit soll deutlicher werden, dass im Minkowskidiagramm Paul einer Geraden entspricht, einem Ereignis aber ein Punkt.

... Auf zwei Fragen antwortet Herr Pausenberger:

Lieber Herr Brandes,

- Ja, „wenn Paul bei Ereignis ① ein Punkt von Berta gegenüberliegt, dann liegt diesem Punkt von Berta der Punkt ① gegenüber?“ Damit bin ich einverstanden, beide Weltlinien schneiden sich.

- Ja, wenn Paul mit Berta koinzidiert, können Sie die Koordinaten wie angegeben umrechnen. Für Paul trifft in diesem Moment außerdem O auf O' , also ist $t = 0$. Und t'_p ist nicht t' von ③.

Lieber Herr Pausenberger, Wir sind uns also einig: Paul sagt, wenn O auf O' trifft, steht mir Berta gegenüber. Aber Berta sagt: Für $t=0$ liegt für mich nicht O gegenüber O' , das ist erst dann der Fall, wenn $t'=0$ erfüllt ist. Zum Zeitpunkt $t'=0$, wenn also O und O' gegenüberliegen, steht Paul Anna gegenüber. Das ist das Ereignis ②.

Die Schlussfolgerung: Wenn sich O und O' gegenüberliegen, dann darf man im Minkowski-Raum sagen: Paul steht Anna und Berta gegenüber, denn $t = 0$ und $t' = 0$ sind gleichberechtigt. Oder man sagt, es gibt kein Gegenüberliegen, sondern nur ein relatives Gegenüberliegen, d. h. ein Gegenüberliegen relativ zu x ($t = 0$) oder x' ($t = 0$).

In beiden Fällen hat man einen Widerspruch zu Gedankenexperiment Abb. 1 und 2. Wenn O und O' sich treffen, liegt P genau ein Punkt auf x' gegenüber, aber man weiß nicht, welcher es ist.

(Die beiden Studenten in Hannover (s. obige Zusammenfassung) sagten deshalb zeitweise: Wenn Paul Berta gegenübersteht, dann Berta nicht auch Paul, sondern einem anderen.) ...

Lieber Herr Brandes,

- wir sind uns einig: Ein Betrachter im Bezugssystem S kann sagen: „Wenn O auf O' trifft, steht Paul Berta gegenüber“.

- Und wir sind uns einig, dass eine Betrachterin in S' sagen kann: „Wenn für Paul $t=0$ gilt, liegt für mich nicht O gegenüber O' , das ist erst dann der Fall, wenn $t'=0$ erfüllt ist. Zum Zeitpunkt $t'=0$, wenn also O und O' gegenüberliegen, steht Paul Anna gegenüber. Das ist das Ereignis ②.“

- Es lässt sich aber nicht allgemein formulieren „Wenn (*temporal*) O und O' gegenüberliegen“, denn welcher Beobachter welche Ereignisse gleichzeitig sieht, hängt von seinem Bezugssystem ab. Es gibt allerdings kein Bezugssystem, in dem Paul gleichzeitig Anna und Berta trifft, weil ① und ② einen zeitartigen Abstand haben.

- Aus „wenn (*konditional*) ...“ lässt sich nicht folgern, dass Paul Anton und (*gleichzeitig*) Berta gegenüberliegt.

Die Prämisse „falls irgendwann einmal O und O' gegenüberliegen“ ist immer erfüllt. Die Konklusion wäre dann „Paul steht mal Anna und mal (zu einer anderen Zeit) Berta gegenüber“.

- Die Bezugssysteme $S(x, t)$ und $S'(x', t')$ sind gleichberechtigt, ihre Koordinaten lassen sich ineinander lorentztransformieren. Aber $t = 0$ und $t' = 0$ bedeuten verschiedenes.

- Koinzidenz ist ein absoluter Begriff: Es gibt nicht nur ein „relatives Gegenüberliegen“.

Lieber Herr Pausenberger, es ist sehr erfreulich, dass wir uns schon in vielem einig sind. In gewisser Weise kann ich allen Ihren Punkten zustimmen. Sogar dem letzten Punkt: - Koinzidenz ist ein absoluter Begriff: Es gibt nicht nur ein relatives Gegenüberliegen. Daraus folgt: Die Aussage, O und O' liegen sich gegenüber, ist etwas Absolutes. Das gilt unabhängig von einem Inertialsystem. Hier sind sich alle Inertialsysteme einig.

Aber die Aussage: „Wenn sich O und O' gegenüberliegen, dann steht Paul Anna gegenüber“, ist relativ. Sie gilt nur relativ zu x' , d. h. $t' = 0$. Denn die Aussage: „Wenn sich O und O' gegenüberliegen, dann steht Paul Berta gegenüber“, ist ebenfalls richtig, aber nur relativ zu x , d. h. $t = 0$. In diesem Sinne meine ich: Es gibt nur ein relatives Gegenüberliegen, sofern zwei von einander entfernte Punkte eines Stabes betroffen sind.

Also die genaue Formulierung: Im Minkowski-Raum liegen sich, wenn sich O und O' gegenüberliegen (das ist absolut), sowohl Paul und Berta als auch Paul und Anna gegenüber, denn die Punkte ① und ② liegen beide gleichberechtigt im Minkowski-Raum. Das Gedankenexperiment von Abb. 1 und 2 widerspricht hier: Wenn O und O' gegenüberliegen,

dann liegt gegenüber P genau ein Punkt – entweder Anna oder Berta.

Stimmen Sie zu: Dieser klaren Aussage wird der Minkowski-Raum nicht gerecht? (Meine Lösung: Der Minkowski-Raum beschreibt Messergebnisse. Es ist kein Widerspruch, wenn man für $t = 0$ und $t' = 0$ verschiedene Messergebnisse bekommt.) ...

Lieber Herr Brandes, aus dem Minkowskidiagramm lese ich ab:

- O und O' koinzidieren am Ursprung der beiden Koordinatensysteme: Dort schneiden sich ihre Weltlinien und so legen wir insbesondere die Zeitachsen fest. Ein „wenn“, temporal oder konditional, erübrigt sich: Der Schnittpunkt existiert.

- Paul und Berta koinzidieren in ①. Wenn Sie das mit „gegenüberliegen“ meinen, sind wir einig. Wenn Sie aber mit „gegenüberliegen“ eine Beziehung zwischen zwei verschiedenen Punkten im Minkowskiraum meinen, verstehe ich Sie nicht. Das gilt auch für die Aussage A1, die ich in ihrem ersten Brief markiert habe.

- Entsprechend koinzidieren Paul und Anna in ②.

Des weiteren lese ich aus dem Minkowskidiagramm ab:

- Paul trifft auf Berta zu einer anderen Zeit als auf Anna. Gerade dem Minkowskidiagramm kann ich nicht entnehmen, dass Paul sowohl Anna als auch Berta gegenüberläge.

① und ② sind verschiedene Punkte im Minkowskiraum, ① und ② sind verschiedene Ereignisse in Ihrer Argumentation. Das passt alles zusammen. Ich sehe keinen Widerspruch zwischen der Beschreibung im Minkowskiraum und dem Vorgang in Wirklichkeit

Aussage A1 lautete:

Nun zu meiner Antwort: Sie haben Recht, mit ①, ②, ③ handelt es sich um drei Raumzeitpunkte, die sich im Minkowski-Raum, so wie sie gezeichnet sind, nicht gegenüberliegen. Aber auf Grund des Gedankenexperimentes der Abb. 1 und 2 weiß ich, dass Paul ① genau ein Punkt gegenüberliegen muss. Da der Minkowski-Raum dem widerspricht, kann der Minkowski-Raum nicht der wirkliche Raum sein.

Zusammenfassend vertritt der Autor den Standpunkt, eines der Bezugssysteme sei „durch die Wirklichkeit“ gegenüber den anderen ausgezeichnet, so dass es eine objektive Gleichzeitigkeit gibt. Sein Diskussionspartner hält alle Bezugssysteme für gleichberechtigt und jegliche Gleichzeitigkeit für relativ.

8. Ein dritter Diskussionseinwand

In Abb. 2 ist P' der P gegenüberliegende Punkt, wenn O' gegenüber O liegt. Es soll gezeigt werden, dass man sich damit für ein Bezugssystem entschieden hat, das sich gegenüber Paul mit v_P und gegenüber Anna mit $v_{A'}$ bewegt.

Für Paul habe OP die Länge l_P , für Anna $O'P'$ die Länge $l_{A'}$. Im Gedankenexperiment der Abb.2 sind dann OP und $O'P'$ gleich lang, also

$$l_P \sqrt{1 - \frac{v_P^2}{c^2}} = l_{A'} \sqrt{1 - \frac{v_{A'}^2}{c^2}} \quad \{6\}$$

$$v = \frac{v_P + v_{A'}}{1 + \frac{v_P v_{A'}}{c^2}} \quad \text{oder} \quad \{7\}$$

$$v_{A'} = \frac{v - v_P}{1 + \frac{v \cdot v_P}{c^2}} \quad \{8\}$$

Mit {8} eliminiert man in {6} $v_{A'}$ und erhält eine Gleichung für v_P , die dieses Bezugssystem kennzeichnet.

Kommentar: Mit diesen schönen Formeln [3] ist klar, im Minkowski-Raum wird durch Abb. 2 ein Inertialsystem ausgezeichnet, ... und der Leser möge entscheiden: So etwas muss erlaubt sein oder: da im Minkowski-Raum – wie die relativistischen Experimente bestätigen – alle Inertialsysteme gleichwertig sind, kann das Gedankenexperiment der Abb. 2 nicht zutreffen?

9. Danksagung

Der Autor freut sich, am ersten Erscheinen von PhyDid-B beteiligt zu sein und dankt den Herausgebern; ebenso seinen Diskussionspartnern.

10. Literatur

- [1] Brandes, J. (2009): *Relativitätstheorie und philosophische Gegenargumente; die Kleinheit der Kosmologischen Konstante* in: Nordmeier, V. / Grötzebach, H. (Hrsg.): *Didaktik der Physik* – Berlin 2009. Berlin: Lehmanns Media
- [2] Brandes, J. (2001): *Die relativistischen Paradoxien und Thesen zu Raum und Zeit - Interpretationen der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie*. 3 erw. Aufl. Karlsbad: VRI (Neuaufgabe geplant: 2010)
- [3] private Mitteilung